Chapitre 13

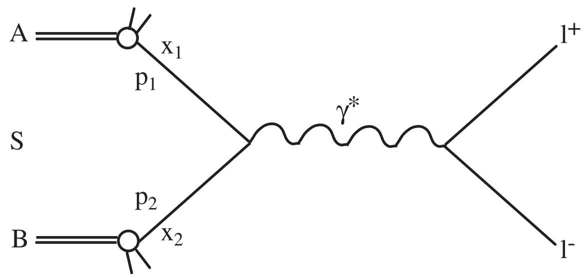
Modèle des partons amélioré et applications.

Le modèle des partons amélioré par les corrections QCD s'applique à d'autres processus que le DIS et le mécanisme de Drell-Yan, pourvu que ces processus mettent en jeu des échelles de masse ou des impulsions de transfert importantes. On revient d'abord sur le cas de la production de paires de leptons dans les collisions hadroniques par le mécanisme de Drell-Yan, qui a joué un rôle fondamental dans la découverte des bosons de jauge W et Z au CERN dans les années 80 et dans la découverte d'un boson qui a toutes les caractéristiques du boson de Higgs en 2012, toujours au CERN. On passera ensuite en revue la production de photons directs à grande impulsion transverse et la production de gerbes hadroniques (”jets”) dans les collisions hadroniques. Ces différents processus sont utiles pour déterminer avec précision la distribution des quarks et des gluons dans les hadrons ainsi que la valeur de Λ, la constante fondamentale des interactions fortes. Nous ne considérerons pas ici la production de saveurs lourdes pour laquelle le modèle des partons s'applique aussi, ni les réactions de photoproduction qui jouent un rôle très important à HERA. Le fait que les innombrables observables mesurées dans toutes les réactions ci-dessus, et d'autres, sont en accord avec QCD perturbatif au NLO est une formidable preuve de la validité expérimentale de la théorie. Les physiciens espèrent cependant trouver, un jour, une déviation entre théorie et expérience ce qui serait une preuve de nouvelle physique !

On présentera les différents processus dans le cadre de l'approximation des logarithmes dominants (”leading order” LO) et au delà des logarithmes dominants (”next-to-leading order” NLO) et on discutera quelques applications phénoménologiques. Comme on le verra l'approximation des logarithmes dominants est, au mieux qualitative, et la discussion phénoménologique n'est en fait justifiée que si les expressions sont calculées au delà des logarithmes dominants.

13.1 Processus de Drell-Yan

Dans notre étude précédente du processus Drell-Yan nous avions construit la section efficace à l'ordre dominant et au delà de l'ordre dominant pour le processus $hadron + hadron \to \gamma^* + X$ ce qui n'est pas vraiment une observable physique puisque le photon virtuel ne peut être observé que par ses produits de désintégration. On considère ici la réaction $hadron + hadron \to l^+ + l^- + X$ où la paire de leptons chargés est le produit de désintégration du photon virtuel et où on intègre sur la masse du système leptonique $l^+ \, l^-$ dans un certain intervalle. Le modèle des partons s'applique quand la masse invariante Q de la paire de leptons produite est grande car, alors, le photon virtuel de genre temps a un haut pouvoir de résolution et il peut "voir" les constituants des hadrons A, B. D'après l'hypothèse du modèle des partons on écrit la section efficace de production sous la forme



$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \sum_q \int dx_1 dx_2 \left(F_{q/A}(x_1) F_{\bar{q}/B}(x_2) + F_{\bar{q}/A}(x_1) F_{q/B}(x_2) \right) \frac{d\widehat{\sigma}^{q\bar{q}}}{dQ^2} \tag{13.1.1}$$

où les $F_{i/H}$ sont les fonctions de structure et où on doit sommer sur toutes les saveurs de quarks dans les hadrons A et B.

• Calcul de la section efficace partonique

Il faut calculer l'amplitude de diffusion $q(p_1) + \bar{q}(p_2) \to l(l_1) + \bar{l}(l_2)$:

$$\mathcal{M}_0^{\gamma^*} = -ie^2 e_q \, \bar{v}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) \, \frac{1}{\hat{s}} \, \bar{u}(l_1) \gamma^\mu v(l_2) \tag{13.1.2}$$

où la charge du quark q est mesurée par rapport à celle du proton. Son carré sommé et moyenné sur hélicités et couleurs est,

$$\overline{\Sigma} |\mathcal{M}_0^{\gamma^*}|^2 = \frac{2}{N} \, e^4 e_q^2 \, \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2}, \tag{13.1.3}$$

avec $\hat{s} = 2p_1.p_2$, $\hat{t} = -2p_1.l_1$, $\hat{u} = -2p_1.l_2$. Puisque la section efficace $d\widehat{\sigma}^{q\bar{q}}/dQ^2$ est un invariant de Lorentz on peut la calculer dans n'importe quel repère. On choisit celui du centre de masse du système $q \, \bar{q}$ où :

$$p_1 = (\sqrt{\hat{s}}/2, 0_\perp, \sqrt{\hat{s}}/2), \;\; p_2 = (\sqrt{\hat{s}}/2, 0_\perp, -\sqrt{\hat{s}}/2), \;\; l_1 = (\sqrt{\hat{s}}/2, \sin\theta\sqrt{\hat{s}}/2, 0, -\cos\theta\sqrt{\hat{s}}/2). \tag{13.1.4}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
\frac{d\widehat{\sigma}^{q\bar{q}}}{dQ^2} &= \frac{1}{2\hat{s}} \int \frac{d^3 l_1}{2l_1} \frac{d^3 l_2}{2l_2} \, (2\pi)^{-2} \, \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - l_1 - l_2) \, \overline{\Sigma} |\mathcal{M}_0|^2 \, \delta(\hat{s} - Q^2) \\
&= \frac{\pi\alpha^2 e_q^2}{N} \, \frac{1}{2\hat{s}} \int d\cos\theta (1 + \cos^2\theta) \, \delta(\hat{s} - Q^2) \\
&= \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2 \hat{s}} \, \frac{e_q^2}{N} \, \delta(1 - \frac{Q^2}{\hat{s}}).
\end{aligned} \tag{13.1.5}$$

(On rappelle que $\alpha = e^2/4\pi$.)

• Section efficace hadronique dans l'approximation des logarithme dominants
Dans le repère du centre de masse AB les impulsions des partons incidents sont

$$\begin{array}{l} p_1 = (x_1\sqrt{s}/2, 0_\perp, x_1\sqrt{s}/2) \\ p_2 = (x_2\sqrt{s}/2, 0_\perp, -x_2\sqrt{s}/2) \end{array} \quad \Rightarrow \quad \hat{s} = x_1 x_2\, s. \tag{13.1.6}$$

La section efficace hadronique éq. (13.1.1) s'écrit alors :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2 s}\,\frac{1}{N}\,\sum_q \int \frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2}\,\delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2})\,e_q^2\left[F_{q/A}(x_1)F_{\bar{q}/B}(x_2) + F_{\bar{q}/A}(x_1)F_{q/B}(x_2)\right] \tag{13.1.7}$$

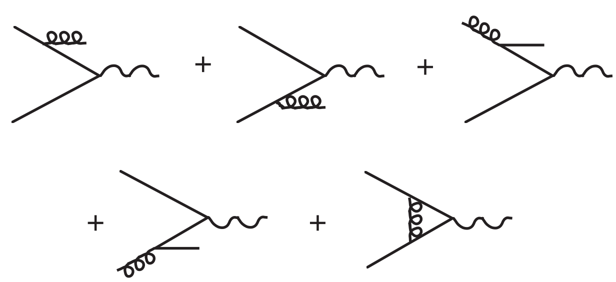
où on a introduit la variable sans dimension τ (dénotée x dans le chapitre sur la violation d'invariance d'échelle) :

$$\tau = \frac{Q^2}{s}.$$

On note la similarité de forme entre cette équation et celle ultra simplifiée de l'éq. (9.3.133) : la seule différence est le préfacteur devant l'intégrale qui tient maintenant compte de la désintégration du photon virtuel en leptons chargés. Il est instructif d'étudier la variation en τ de la section efficace qui est simplement donnée par :

$$s\,\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{3\tau}\,\frac{1}{N}\sum_q \int \frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2}\,\delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2})\,e_q^2\left[F_{q/A}(x_1)F_{\bar{q}/B}(x_2) + F_{\bar{q}/A}(x_1)F_{q/B}(x_2)\right] \tag{13.1.8}$$

Cette expression, à τ fixé est indépendante de l'énergie $\sqrt{s}$. Elle présente donc la propriété d'invariance d'échelle, ce qui expérimentalement n'est pas vérifié. Si on prend en compte les corrections QCD, c'est-à-dire si on inclut les diagrammes de type



dans l'approximation des logarithmes dominants, les seuls changements sont, on l'a vu, $F_{i/H}(x) \to F_{i/H}(x, Q^2)$, fonctions que l'on peut en principe mesurer dans les réactions de l'inélastique profond, et on a

$$s\,\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{3\tau}\,\frac{1}{N}\sum_q \int \frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2}\,\delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2})\,e_q^2\left[F_{q/A}(x_1,Q^2)F_{\bar{q}/B}(x_2,Q^2) + F_{\bar{q}/A}(x_1,Q^2)F_{q/B}(x_2,Q^2)\right] \tag{13.1.9}$$

On peut alors prédire $s\,d\sigma/d\tau$ dont la dépendance en Q^2 est la conséquence de la violation d'invariance d'échelle des fonctions de structure. Si on étudie la variation de $s\,d\sigma/d\tau$ à τ fixé quand s augmente, la seule chose qui change dans l'équation ci-dessus est la valeur de Q car $Q^2 = x_1x_2s$ augmente : on prédit alors que, pour τ suffisament grand (ou de façon équivalente des x_i suffisament grands comme dans le cas des expériences sur cibles fixes), $s\,d\sigma/d\tau$ décroit à cause de la décroissance des $F_{q/H}(x, Q^2)$ et ceci est en accord avec l'expérience.

On peut également étudier une section efficace "moins intégrée" et fixer, par exemple, la rapidité de la paire de leptons définie par ($q = p_1 + p_2$),

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{q^0+q^z}{q^0-q^z} = \frac{1}{2}\ln\frac{x_1}{x_2} \tag{13.1.10}$$

Revenant à l'équation (13.1.7) il vient :

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{dQ^2dy} &= \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2s}\,\frac{1}{N}\int\frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2}\,\delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2})\,\delta(\frac{1}{2}\ln\frac{x_1}{x_2}-y)\sum_q e_q^2\,[\,\dots\,]\\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2\;s}\frac{1}{N}\int\frac{dx_1}{x_1}\,\delta(\frac{1}{2}\ln\frac{x_1^2}{\tau}-y)\sum_q e_q^2\,[\,\dots\,]_{x_2=\frac{\tau}{x_1}},\end{aligned}$$

d'où (puisque $x_1 = \sqrt{\tau}e^y,\ x_2 = \sqrt{\tau}e^{-y}$)

$$\frac{d\sigma}{dQ^2dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2\;s}\,\frac{1}{N}\sum_q e_q^2\left[F_{q/A}(\sqrt{\tau}e^y,Q^2)F_{\bar{q}/B}(\sqrt{\tau}e^{-y},Q^2)+F_{\bar{q}/A}(\sqrt{\tau}e^y,Q^2)F_{q/B}(\sqrt{\tau}e^{-y},Q^2)\right] \tag{13.1.11}$$

qui n'implique aucune intégrale dans le membre de droite. En principe $F_{q/p},\ F_{\bar{q}/p}$ sont mesurables en DIS. En pratique $F_{\bar{q}/p}$ n'est pas obtenu avec précision dans DIS puisque l'on mesure $F_{q/p}+F_{\bar{q}/p}$ avec $F_{q/p}$ grand et $F_{\bar{q}/p}$ petit (pour des valeurs de x suffisamment grandes). Dans les collisions $proton-proton$ la section efficace Drell-Yan peut être et est utilisée pour contraindre la distribution des antiquarks et en étudiant un domaine τ, y suffisamment grand on peut en principe mesurer $F_{\bar{q}/p}(x, Q^2)$ point par point. Au contraire dans $p\bar{p} \to \gamma^* \to l^+l^-$, comme au Tevatron, la section efficace peut être prédite avec précision car elle ne dépend essentiellement que de la distribution des quarks dans le proton puisque

$$F_{\bar{q}/\bar{p}} \sim\ F_{q/p} \gg F_{\bar{q}/p} \sim\ F_{q/\bar{p}}.$$

Aux énergies de Fermilab et du LHC on produit par ce mécanisme les bosons de jauge chargés W^+ (resp. W^-) par annihilation d'une paire quark-antiquark $u\bar{d},\ c\bar{s}$ (resp. $d\bar{u},\ s\bar{c}$) ou le boson neutre Z^0 par annihilation $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ ou $c\bar{c}$. Pour la production d'une paire de leptons chargés de grande masse, la production peut se faire par l'intermédiaire d'un photon virtuel ou d'un Z et dans ce cas l'amplitude partonique doit inclure la somme cohérente des deux amplitudes. L'amplitude de diffusion pour la production du boson Z s'écrit [1] :

$$\mathcal{M}_0^Z = ie^2\,\bar{v}(p_2)\gamma_\mu(v_q-a_q\gamma_5)u(p_1)\,\frac{1}{\hat{s}-m_Z^2+im_Z\Gamma_Z}\,\bar{u}(l_1)\gamma^\mu(v_l-a_l\gamma_5)v(l_2), \tag{13.1.12}$$

1. Voir la section (11.1) pour une discussion sur la forme du propagateur.

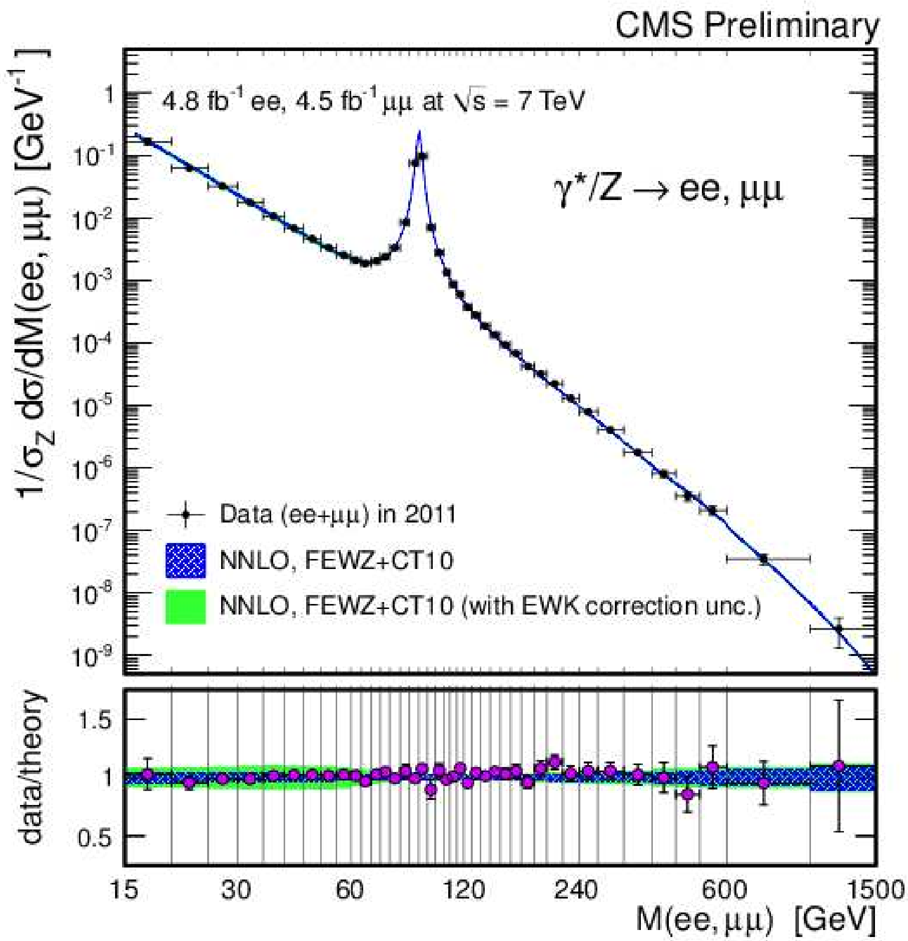


FIGURE 13.1 – *Section efficace Drell-Yan dans les collisions pp à 7 TeV, au LHC, normalisée à la section efficace de production du Z, en fonction de la masse de la paire de leptons (Collaboration CMS, JHEP* **10** *(2011), 007, [arXiv:1108.0566]). La prédiction théorique est calculée au NNLO.*

et calculant le module au carré de $\mathcal{M}_0^{\gamma^*} + \mathcal{M}_0^{Z}$, on trouve pour la section partonique (on suppose les quarks de masse nulle) :

$$\frac{d\widehat{\sigma}^{q\bar{q}}}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2\hat{s}}\frac{1}{N}\left[e_q^2 + (a_l^2+a_l^2)(v_q^2+a_q^2)\frac{Q^4}{(Q^2-m_Z^2)^2+\Gamma_Z^2 m_Z^2} - 2e_q v_l v_q \frac{Q^2(Q^2-m_Z^2)}{(Q^2-m_Z^2)^2+\Gamma_Z^2 m_Z^2}\right]\delta(1-\frac{Q^2}{\hat{s}}), \quad (13.1.13)$$

où la deuxième ligne représente le terme d'interférence Z-photon virtuel qui s'annule, comme il se doit au pôle du Z. Les paramètres a_q, v_q, a_l, v_l sont les couplages axiaux et vecteurs du boson Z au quark et au lepton, de l'ordre de grandeur de la charge e. On obtiendra la section efficace hadronique en substituant à e_q^2, dans l'éq. (13.1.7), l'expression entre crochets ci-dessus. Le spectre en Q^2 du dilepton a une forme caractéristique : à petites valeurs, $Q^2 \ll m_Z^2$ ($m_Z \approx 91$ GeV), la production est dominée par le photon virtuel, le premier terme de l'équation (13.1.13) ; au contraire pour $Q^2 \sim m_Z^2$, c'est le deuxième terme qui domine à cause du facteur d'accroissement $m_Z^2/\Gamma_Z^2 \approx (91/2,5)^2 \approx 1300$,

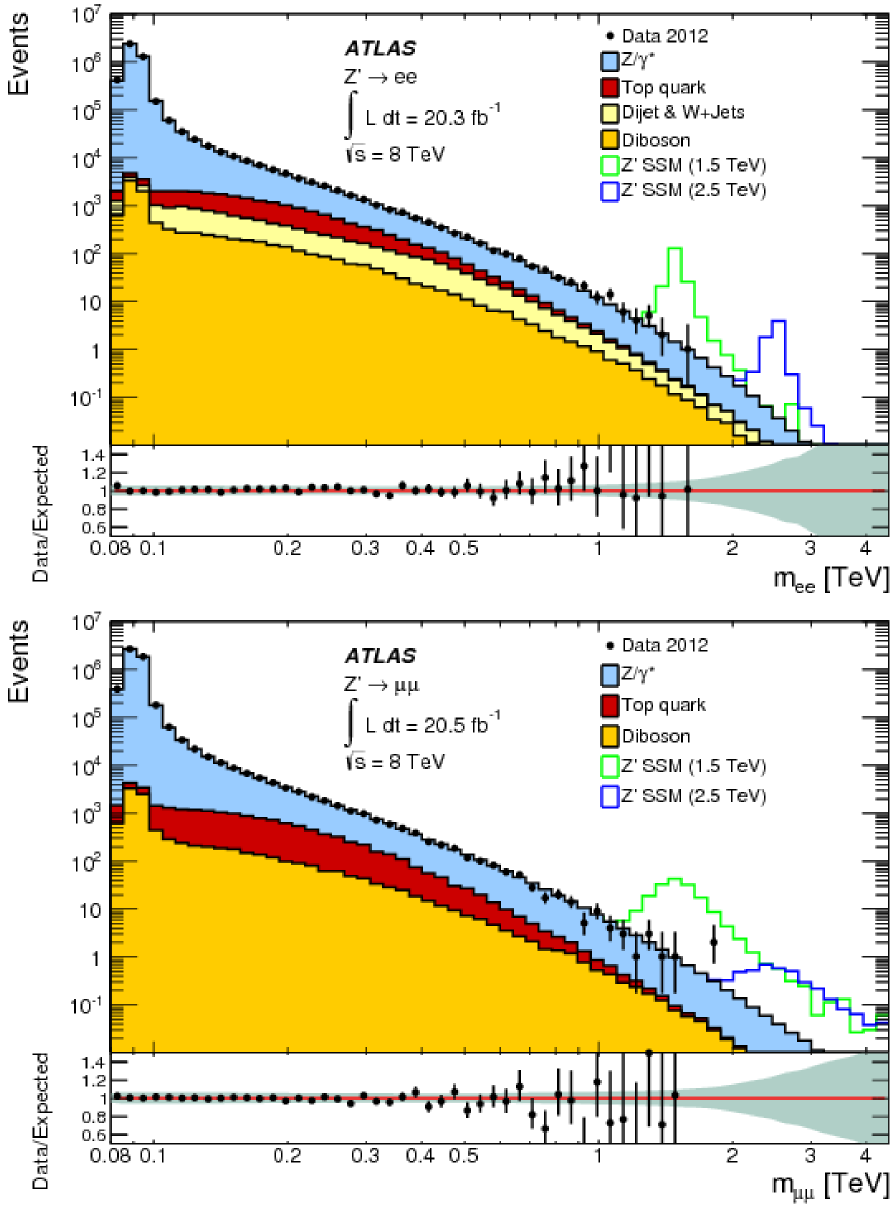


Figure 13.2 – *Spectre en masse invariante dielectron (haut) et dimuon (bas) dans les collisions proton-proton à 8 TeV (collaboration ATLAS, arXiv :1405.4123) comparé à la somme de tous les fonds standards ; on montre également l'empreinte d'un hypothétique boson Z' de 1,5 Tev et 2,5 TeV ; pour chaque figure le diagramme du bas montre le rapport données sur fond attendu.*

d'où le pic observé dans la figure 13.1 ; à grande valeur de Q^2 on retrouve la décroissance en $Q2$ de la section efficace partonique.

• **Au delà des logarithme dominants**

Pour obtenir la distribution $s\, d\sigma/dQ^2$ à ce niveau d'approximation il faudra, dans l'éq. (13.1.7), faire la substitution

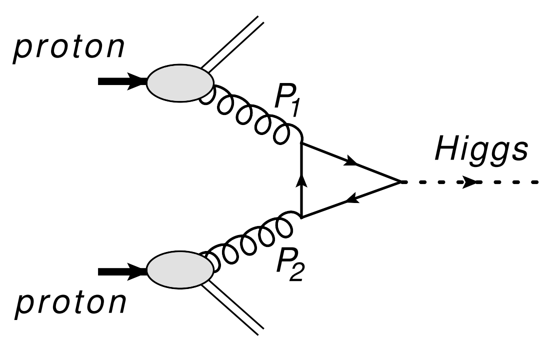
$$\delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2}) \to \delta(1-\frac{\tau}{x_1x_2}) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} f_{q\bar{q}}(\frac{\tau}{x_1x_2}) \tag{13.1.14}$$

et ajouter les termes proportionnels à la distribution du gluon comme indiqué dans l'éq. (9.3.159). Les coefficients sont donnés en (9.3.154) et (9.3.155) si les distributions partoniques sont définies dans le schéma $\overline{MS}$ avec l'échelle de factorisation Q^2. On voit que la section de production d'une paire de Drell-Yan acquiert une faible sensibilité à la distribution du gluon dans le hadron puisqu'elle est d'ordre α_s. La section efficace Drell-Yan mesurée par la collaboration CMS est montrée en fig. 13.1 : elle couvre un domaine cinématique considérable, $15 < \sqrt{Q^2}\,[GeV] < 1500$, pour une variation de la section efficace de huit ordres de grandeur : l'accord avec la théorie au "next-to-next-to-leading logarithm" (c'est à dire incluant les corrections d'ordre α_s^2) est remarquable. Le pic du Z à $m_{_Z} = 91,1876$ GeV, $\Gamma_Z = 2,4952$ GeV, reflète la structure du terme de Born en $1/((Q^2-m_{_Z}^2)^2 + m_{_Z}^2\Gamma_Z^2)^2$ associé à la production du boson de jauge dans la voie s.

• **Applications**

Une fois la validité du Modèle Standard établie pour cette distribution, le spectre de dileptons chargés peut être utilisé pour la recherche d'un nouveau boson de jauge comme illustré sur la fig. 13.2. La partie en bleu est la contribution du processus Drell-Yan proprement dit, qui domine nettement les autres mécanismes produisant des paires de leptons comme par exemple la production d'une paire de bosons $W^+W^-, W^\pm Z, ZZ$ ou la production et désintégration leptonique ou semi leptonique d'une paire de quarks top. Les extensions du Modèle Standard sont fondées sur des groupe de jauge plus étendus auquels sont associés de nouveaux bosons de jauge : ainsi une extension simple dite "supersymétrique minimale" (MSSM) contient un boson neutre Z' de masse très élevée qui, dans le spectre dilepton, donnerait les pics de distributions apparents à droite sur les figures. Visiblement un boson Z' de masse de 1,5 TeV est exclu par les donnes actuelles (2014). Une analyse statistique détaillée montre que, dans le cadre du modèle MSSM, on peut exclure avec un degré de confiance de 95% un boson neutre de masse inférieures à 2,7 TeV.

D'autre part, c'est par un mécanisme de type Drell-Yan mais impliquant l'annihilation de deux gluons, $gluon + gluon \to Higgs \to \gamma + \gamma$, que l'on a mis en évidence en 2012 au LHC le fameux boson de Higgs, dont il ne fallait pas alors dire qu'il était LE boson de Higgs tant qu'on aurait pas montré expérimentalement que ses divers rapports d'embranchement sont ceux du Modèle Standard. Le mécanisme de production, au niveau de Born, est schématisé par le diagramme suivant



où les gluons sont couplés au boson de Higgs via une boucle de quarks top virtuels. Le boson est détecté par ses produits de désintégration : bien que la voie $Higgs \to b + b$ soit dominante le boson

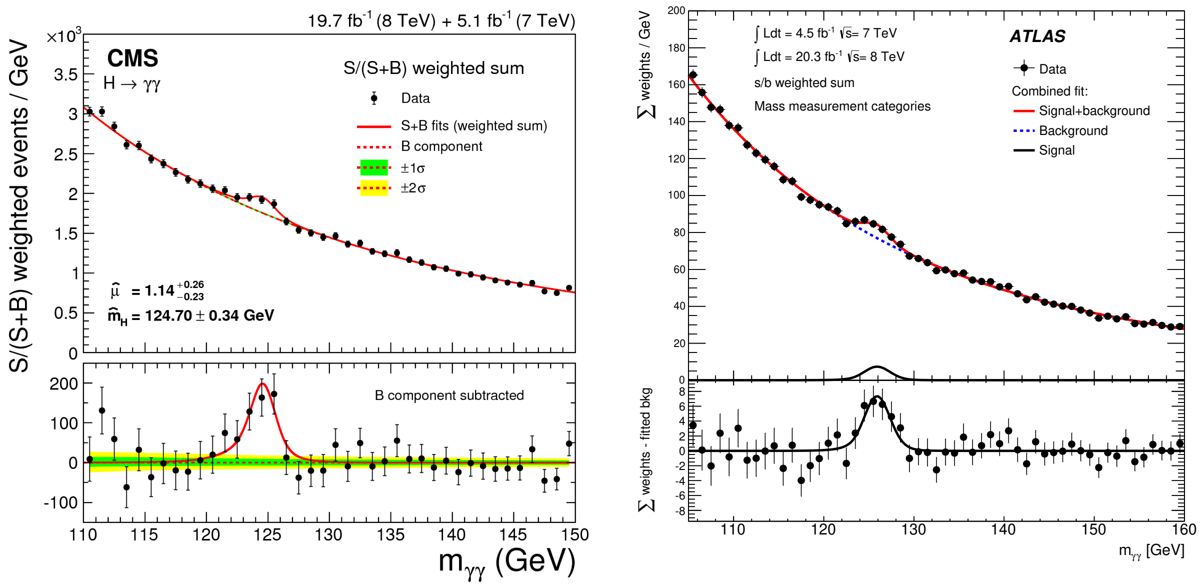


FIGURE 13.3 – *Section efficace de production du boson de Higgs dans les collisions au LHC, sur un fond de paires photon – photon (Collaboration CMS arXiv :1407.0558, Collaboration ATLAS, arXiv :1406.3827).*

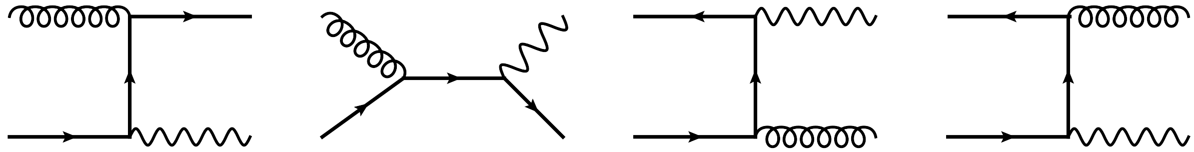
a été mis en évidence dans la voie $H \to \gamma + \gamma$ pour laquelle le fonds est bien moindre tout en restant considérable comme on le voit sur les figures 13.3, produites par les collaborations CMS et ATLAS : on mesure la difficulté de l'analyse pour extraire le signal (courbe rouge) du fond. La grande largeur du "pic" du Higgs ne reflète pas la largeur de la résonance mais l'incertitude expérimentale sur l'énergie et la position des photons. D'autres observables, moins inclusives, peuvent être mesurées, par exemple Higgs + *jets* qui permettent de tester le mécanisme de production plus finement. Le boson de Higgs a également été observé dans d'autres voies de désintégration comme Higgs $\to Z + Z^* \to 4$ *leptons* et de production. Une analyse combinée ATLAS + CMS [2] des voies $H \to \gamma\gamma$ et $H \to ZZ^* \to 4$ *leptons* permet d'estimer la masse du Higgs avec précision :

$$m_H = 125,09 \pm 0,24(\text{stat.}) \pm 0,11(\text{syst.}). \tag{13.1.15}$$

13.2 Production de photons directs à grands transferts

Le processus considéré ici est la réaction $A\ B \to \gamma\ X$, où X représente les hadrons produits non observés. Au niveau partonique, il faut calculer les diffusions $qg \to \gamma q$, $\overline{q}g \to \gamma\overline{q}$ (diffusion de type Compton) et $q\overline{q} \to \gamma g$ (annihilation) qui ont la représentation diagrammatique suivante,

2. ATLAS et CMS collaborations, arXiv :1503.07589.



On considère le cas où le photon est produit à grande impulsion transverse.

• **Cinématique**
Si on dénote P_1 et P_2 l'impulsion des hadrons incidents tels que $2P_1.P_2 = s$, p_1 et p_2 celle des partons correspondants et k celle du photon dans l'état final on a dans le repère du collisionneur :

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1, 0, 0, x_1) \\ p_2 &= \frac{\sqrt{s}}{2}(x_2, 0, 0, -x_2) \\ k &= (k_T \cosh y, \vec{k}_T, k_T \sinh y) \end{aligned}$$

avec $y_\gamma = y = \frac{1}{2} \ln \frac{k^0+k^z}{k^0-k^z}$, la rapidité du photon et k_T son impulsion transverse. Le choix impulsion transverse et rapidité pour contrôler la cinématique du photon est naturel, la variable k_T jouant le rôle de l'échelle dure de la réaction. Les variables de Mandelstam au niveau partonique sont :

$$\begin{aligned} \hat{s} &= x_1 x_2 s \geq 4\, k_T^2 \\ \hat{u} &= (p_1 - p)^2 = (p_2 - k)^2 = -2p_2.k = -x_2 \sqrt{s}\, k_T e^y \\ \hat{t} &= (p_2 - p)^2 = (p_1 - k)^2 = -2p_1.k = -x_1 \sqrt{s}\, k_T e^{-y} \end{aligned}$$

tandis que les variables de Mandelstam hadroniques sont :

$$\begin{aligned} s &= 2P_1.P_2 \\ u &= -2P_2.k = -\sqrt{s}\, k_T e^y \\ t &= -2P_1.k = -\sqrt{s}\, k_T e^{-y} \end{aligned}$$

Pour $\sqrt{s}$, k_T grands, $\hat{s}$, $\hat{t}$ et $\hat{u}$ sont grands et le quark échangé a une grande virtualité $\hat{s}$, $\hat{t}$ ou $\hat{u}$: il joue le rôle du photon virtuel à grand Q^2 dans l'inélastique profond. Le quark a un haut pouvoir de résolution et on se trouve donc dans le domaine de validité du modèle des partons.

Digression : Pour une particule de quadri-impulsion k on distingue la rapidité :

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{k^0 + k^z}{k^0 - k^z} \tag{13.2.16}$$

de la pseudo-rapidité :

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{|\vec{k}| + k^z}{|\vec{k}| - k^z} = - \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) . \tag{13.2.17}$$

Pour une particule de masse nulle les deux se confondent. Du point expérimental l'avantage de la pseudorapidité pour une particule massive tient au fait qu'elle ne fait intervenir qu'une mesure de l'angle polaire θ et non la mesure des coordonnées de l'impulsion moins précises.

• Le modèle des partons amélioré

L'élément d'intégration invariant s'écrit :

$$\frac{dk^3}{k^0} = dk_T^2\, dy = 2\pi\, k_T dk_T\, dy, \tag{13.2.18}$$

où, dans la dernière égalité, on a utilisé le fait que la réaction a une symétrie azimutale par rapport à l'axe de la collision. La section hadronique inclusive est donnée par

$$\frac{k^0 d\sigma}{dk^3} = \frac{d\sigma}{dk_T^2 dy} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_{i/A}(x_1, k_T^2) F_{j/B}(x_2, k_T^2) \frac{d\hat{\sigma}^{ij}}{dk_T^2\, dy}, \tag{13.2.19}$$

où l'on a inclus les corrections QCD à l'approximation des logarithmes dominants et on a choisi k_T comme échelle de factorisation dans les fonctions de structure. Pour construire la section partonique différentielle, on part de

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}^{ij}}{dk_T^2 dy} &= \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3p}{2p^0} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p - k)\ \overline{\Sigma} \mid \mathcal{M} \mid^2_{ij} \\ &= \frac{1}{\hat{s}} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \frac{1}{(4\pi)^2}\ \overline{\Sigma} \mid \mathcal{M} \mid^2_{ij} \end{aligned} \tag{13.2.20}$$

où

$$\delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) = \frac{1}{s} \delta(x_1 x_2 - x_1 x_T e^{-y} - x_2 x_T e^{y})$$

avec $x_T = k_T/\sqrt{s}$. Si on substitue l'éq. (13.2.20) dans la section hadronique éq. (13.2.19), on trouve :

$$\frac{d\sigma}{dk_T^2 dy} = \frac{1}{s(-t)} \sum_{i,j} \int_{x_1^{\min}}^{1} \frac{dx_1}{x_1^2} F_{i/A}(x_1, k_T^2) F_{j/B}(x_2, k_T^2) \frac{1}{(4\pi)^2}\ \overline{\Sigma} \mid \mathcal{M} \mid^2_{ij}$$

avec la contrainte :

$$x_2 = \frac{x_1 x_T e^{-y}}{x_1 - x_T e^{y}}.$$

Les conditions aux limites sont :

1. $x_2 \leq 1 \Rightarrow x_1^{\min} = x_T e^{y}/(1 - x_T e^{-y})$ qui ne dépend que des variables externes ;
2. $x_1^{\min} \leq 1 \Rightarrow y_{\text{ext}} = \ln \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x_T} \pm \sqrt{\frac{1}{x_T^2} - 4} \right)$, les valeurs extrêmes de la rapidité.

• Dynamique

Les éléments de matrice invariants correspondant aux diagrammes ci-dessus sont donnés par (voir éqs. (7.6.164) et (7.6.165)) :

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{(4\pi)^2}\,\overline{\Sigma}\mid \mathcal{M}\mid^2_{q\bar{q}} &= e_q^2\,\alpha\alpha_s(k_T^2)\,2\frac{c_F}{N}\left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}}+\frac{\hat{u}}{\hat{t}}\right)\\
&= e_q^2\,\alpha\alpha_s(k_T^2)\,\frac{8}{9}\left(\frac{x_1e^{-y}-x_T}{x_T}+\frac{x_T}{x_1e^{-y}-x_T}\right) \qquad (13.2.21)\\
\frac{1}{(4\pi)^2}\,\overline{\Sigma}\mid \mathcal{M}\mid^2_{G(x_1)q(x_2)} &= e_q^2\,\alpha\alpha_s(k_T^2)\,\frac{1}{N}\left(\frac{\hat{s}}{-\hat{u}}+\frac{-\hat{u}}{\hat{s}}\right)\\
&= e_q^2\,\alpha\alpha_s(k_T^2)\,\frac{1}{3}\left(\frac{x_1e^{y}}{x_T}+\frac{x_T}{x_1e^{y}}\right). \qquad (13.2.22)
\end{aligned}
$$

On a choisi pour l'échelle de renormalisation la même que celle de factorisation, soit k_T.

• **Phénoménologie**
La section efficace différentielle s'écrit finalement :

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dk_T^2dy} = \alpha\alpha_s(k_T^2)\frac{1}{s^2}\frac{e^{-y}}{x_T}\sum_q e_q^2\int\frac{dx_1}{x_1^2}&\left\{F_{q/A}(x_1,k_T^2)F_{\bar{q}/B}(x_2,k_T^2)\frac{8}{9}\left(\frac{x_1e^{-y}-x_T}{x_T}+\frac{x_T}{x_1e^{-y}-x_T}\right)\right.\\
&+F_{G/A}(x_1,k_T^2)(F_{q/B}(x_2,k_T^2)+F_{\bar{q}/B}(x_2,k_T^2))\frac{1}{3}\left(\frac{x_1e^{y}}{x_T}+\frac{x_T}{x_1e^{y}}\right)\\
&\left.+[A,x_1]\leftrightarrow[B,x_2]\right\}. \qquad (13.2.23)
\end{aligned}
$$

Elle est proportionnelle à α_s et la comparaison avec les données expérimentales permet de contraindre fortement le couplage QCD. Ceci est à contraster avec l'inélastique profond où, dans l'expression de $F_2(x,Q^2)$, le couplage α_s n'entre qu'au niveau des corrections NLO, ou dans l'évolution de la violation d'invariance d'échelle :

$$
\frac{dF_2}{d\ln Q^2}(x,Q^2)=\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\int_x^1\frac{dz}{z}F_2(z,Q^2)P_{qq}(\frac{x}{z}), \qquad (13.2.24)
$$

Pour faciliter la discussion phénoménologique on introduit une notation simplifiée et on écrit symboliquement la section efficace hadronique de production de photons :

$$
d\sigma\sim\alpha\,\alpha_s\,(q\otimes\bar{q}\;d\sigma^{q\bar{q}}+G\otimes(q+\bar{q})\,d\sigma^{Gq}),
$$

où q, $\bar{q}$ et G dénotent respectivement la distribution des quarks, antiquarks et gluons dans le proton. On a vu dans le chapitre sur les violations d'invariance d'échelle dans le proton que la distribution de quarks se décompose en quarks de valence et quarks matelots (quarks de la mer), $q=q_v+q_s$, et que $\bar{q}=q_s=\bar{q}_s\ll q_v$ (voir fig. 9.3) au moins pour des valeurs de $x>0,05$: ce domaine couvre toutes les données des expériences sur la production de photon jusqu'à l'énergie du Tevatron puisque, typiquement $x_i\geq x_T\geq 0,1$. Dans les collisions proton-proton, le processus de type Compton $G+q\rightarrow\gamma+q$ représente environ 90% de la contribution à la section différentielle. En effet le processus d'annihilation $q+\bar{q}\rightarrow\gamma+G$ est considérablement affaibli du fait de la suppression de la distribution d'antiquarks matelots dans le proton. On a alors avec une bonne approximation

$$
d\sigma^{pp}\sim\alpha\,\alpha_s\,G\otimes q\;d\sigma^{Gq},
$$

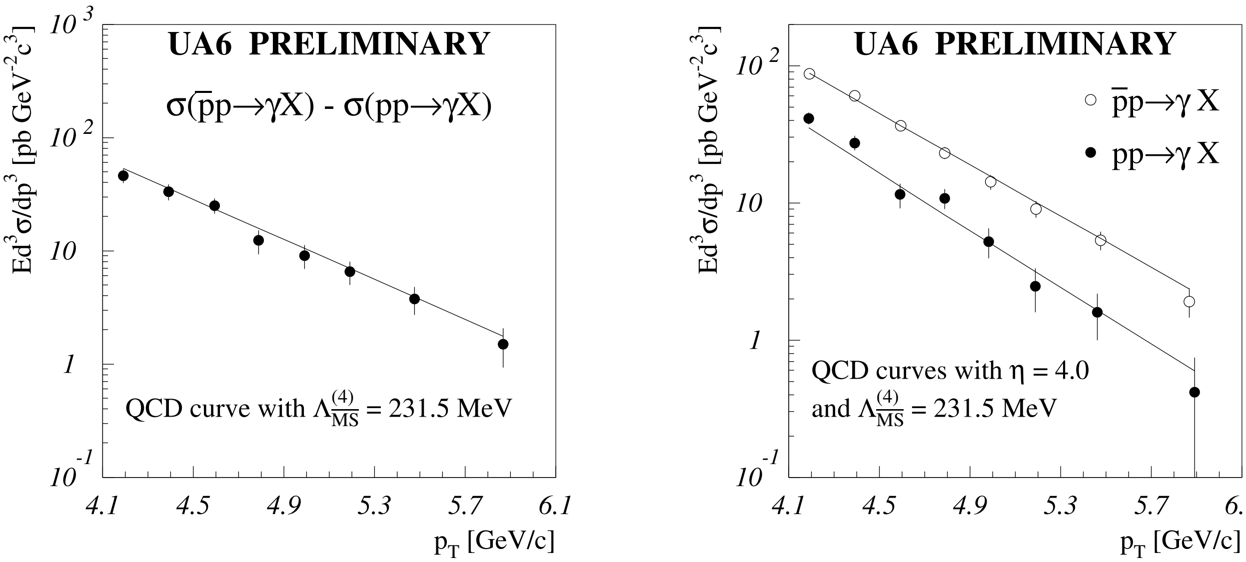


FIGURE 13.4 – *A gauche : différence des spectres inclusifs de photon dans les collisions $\bar{p}p$ et pp à 24 GeV et détermination de α_s ; à droite : spectres inclusifs de photon dans les collisions $\bar{p}p$ et pp à 24 GeV et détermination de la distribution du gluon (Collaboration UA6). La valeur de $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ citée dans ces figures préliminaires est compatible avec celle de l'analyse finale mentionnée dans le texte où $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 210 \pm 22$ (stat.) ± 44 (syst.) MeV.*

qui permet de conclure que les collisions proton-proton sont très sensibles à la distribution du gluon contrairement au DIS où le gluon apparaît au NLO. Dans le cas de la diffusion $\bar{p}p$, au contraire, les deux mécanismes ont un poids similaire. Il est alors intéressant, comme l'a fait la collaboration UA6 au CERN de mesurer le spectre de photon inclusif dans les collisions antiproton-proton et proton-proton et de considérer la différence

$$d\sigma^{\bar{p}p-pp} \sim \alpha\alpha_s\, q_v \otimes q_v\ d\sigma^{q\bar{q}}$$

qui fait intervenir seulement la convolution des quarks de valence dans le proton et antiquarks de valence dans l'antiproton [3]. Dans le domaine couvert par l'expérience, $\sqrt{s} = 24$ GeV, $x_i > 0,35$, la distribution des quarks de valence est bien mesurée dans la diffusion DIS et $d\sigma^{\bar{p}p-pp}$ permet alors une mesure indépendante de α_s comme l'a montré UA6 en 1999, pour trouver une valeur de $\alpha_s(m_Z) = 0,112 \pm 0,0016$ (stat.) $\pm 0,0033$ (syst.) tout à fait en acord avec la determination actuelle citée en éq. (8.2.67). Cela est illustré par la fig. 13.4 (à gauche). Le couplage α_s ainsi déterminé, la réaction $pp \to \gamma X$ paraît donc idéale pour ajuster la distribution du gluon comme cela est illustré par la figure de droite.

En fait, il est intéressant de discuter un peu plus précisément la corrélation entre la détermination de $\alpha_s(Q^2)$ et celle de la distribution du gluon $xG(x, Q^2)$ dans le proton. Dans DIS la fonction $F_2(x, Q^2)$ est mesurée très précisément mais le gluon y apparaît comme un terme correctif (voir éq. (9.1.25)) et il n'est donc pas très contraint surtout aux grandes valeurs de x. Quant à α_s il est

3. UA6 Collaboration, M. Werlen *et al.*, Phys.Lett. **B452** (1999), 201 ; voir aussi Phys.Lett. **B436** (1998), 222.

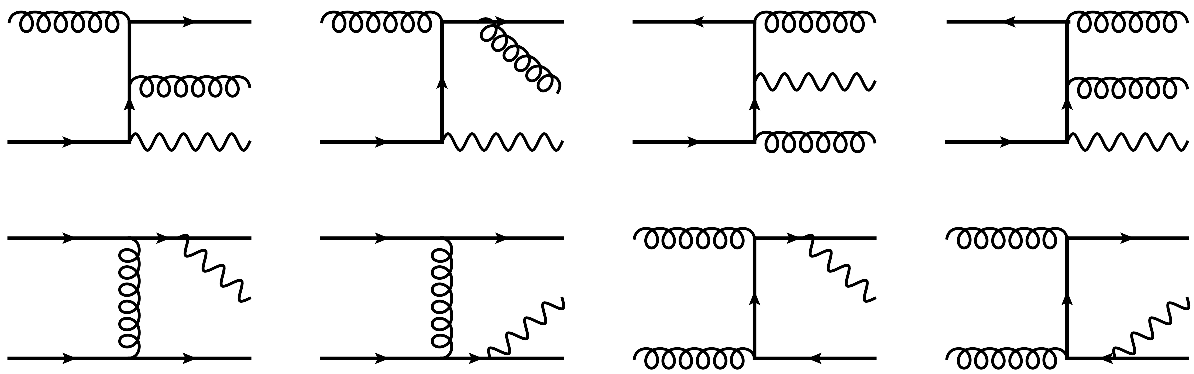


FIGURE 13.5 – *Exemples de diagrammes réels à inclure pour le calcul de la section efficace de production d'un photon.*

proportionnel aux violations d'invariance d'échelle et grâce au grand domaine en Q^2 disponible il est relativement bien déterminé. Pour la production de photons directs dans les collisions $p\ p$, la section efficace est proportionnelle à $\alpha_s(Q^2) \otimes G(Q^2)$. Si on choisit comme paramétrage initial [4] $xG(x, Q_0^2) \approx (1-x)^{c_g}$ on a évidemment une corrélation forte entre le paramètre c_g et $\Lambda_{\overline{MS}}$: si c_g augmente (gluon plus "mou") alors la section efficace décroît et pour compenser α_s doit augmenter donc $\Lambda_{\overline{MS}}$ aussi. On voit donc qu'une détermination précise de $\Lambda_{\overline{MS}}$ sera très utile pour contraindre le gluon dans d'autres observables telle que la production de photon direct ou de jets. De plus, combinant des expériences à plusieurs énergies permettra de sonder le gluon pour différents domaines de x. Cette discussion illustre comment, en combinant différentes données on peut déconvoluer le rôle des paramètres de la théorie et obtenir avec une relativement bonne précision un ensemble de distributions partoniques au NLO [5].

• Production de photons dans l'approximation au delà des logarithmes dominants
Bien que présentée dans le formalisme LO, l'étude phénoménologique ci-dessus a été menée au NLO où apparaît une complication supplémentaire peu importante aux expériences sur cibles fixes mais qu'il faut traiter correctement aux énergies des collisionneurs Fermilab et LHC. La figure 13.5 montrent quelques diagrammes "réels" d'ordre supérieur : ceux de la première ligne sont obtenus en greffant un gluon supplémentaire sur les diagrammes de Born tandis que ceux de la deuxième ligne correspondent à des états initiaux nouveaux tels que $q\,q$ et $G\,G$. Pour certains de ces diagrammes le photon est rayonné par un quark produit à grande impulsion transverse. Ces derniers conduisent, dans la section efficace, à une singularité logarithmique, quand le quark devient colinéaire au photon, lors de l'intégration sur l'espace de phase des partons finals à une impulsion du photon fixée. Ceci a été discuté en détail en sec. 10.3.2 où on a calculé le taux $d\hat{\Gamma}_1^G/dz$ de production d'un gluon colinéaire à un quark. Ici cette singularité est d'origine purement électromagnétique et perturbative, mais elle joue le rôle de la composante non-perturbative de l'émission d'un hadron par un parton. Elle est absorbée dans la définition d'une fonction de fragmentation d'un quark en

4. La normalisation de la distribution du gluon est fixée par une règle de somme : la somme des impulsions des partons doit être égale à celle du proton.
5. P. Aurenche, R. Baier, M. Fontannaz, J.F. Owens, M. Werlen Phys.Rev. **D39** (1989), 3275.

un photon d'une façon reminiscente du mécanisme de définition de la fonction de fragmentation d'un parton en un hadron (voir sec. 10.3). On définit donc la fonction :

$$D^{\gamma/q}(z, k_T^2) = \frac{\alpha}{2\pi}\, e_q^2\, d_{\gamma/q}(z)\, \ln \frac{{k_T}^2}{m_0^2}, \tag{13.2.25}$$

où m_0 est le régulateur de la divergence de masse qui est choisi de l'ordre d'une masse hadronique typique et qui sera déterminé par comparaison avec l'expérience. La fonction $d_{\gamma/q}(z)$ est identique, à un facteur de couleur près, à $d_{G/q}(z)$ définie en éq. (9.1.46) :

$$d_{\gamma/q}(z) = \frac{1 + (1-z)^2}{z}, \quad \text{avec}\, z = \frac{k_T}{k_{Tq}} \tag{13.2.26}$$

On représente la production de photon par fragmentation d'un quark par les diagrammes tels que ceux de la fig. 13.6 où la boule grisée symbolise la fragmentation colinéaire $q \to q + \gamma$. Le photon n'est pas couplé directement aux processus durs qui n'impliquent donc que des quarks et des gluons. Techniquement, bien qu'ayant son origine dans les corrections NLO, les diagrammes de cette figure

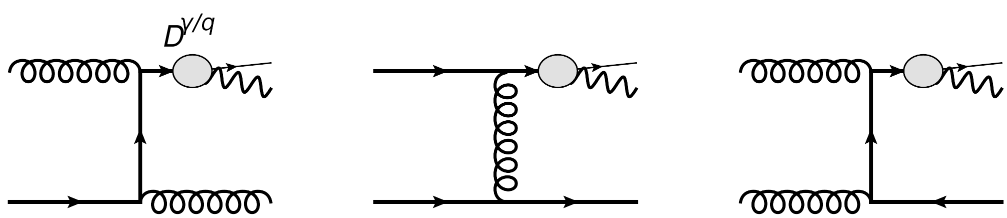


FIGURE 13.6 – *Exemples de diagrammes de Born pour la production d'un photon par fragmentation d'un parton.*

apportent à la section efficace une contribution du même ordre de grandeur que les termes LO de l'éq. (13.2.23)). En effet elle est proportionnelle à :

$$\alpha_s(k_T^2)^2\, \alpha\, \ln(k_T^2) + \text{termes non-logarithmiques} \sim \alpha_s(k_T^2)\, \alpha,$$

puisque le facteur $\ln(k_T^2)$ de la fonction de fragmentation compense un des facteurs $\alpha_s(k_T^2)$ de la diffusion *parton + parton*. Pour un calcul cohérent au NLO il faudra donc inclure les corrections au processus de type *parton+parton* $\to$ *parton+parton* dont un tout petit nombre de diagrammes est représenté en figure 13.7 : ce sont les mêmes que les diagrammes NLO pour la production inclusive d'un hadron à grande impulsion transverse (voir la section suivante). Il faudra également définir les équations d'évolution de la fonction de fragmentation du photon au delà des logarithmes dominants ce qui amènera à introduire la fragmentation d'un gluon en photon qui est même ordre que celle du quark en photon.

En résumé, au NLO et au delà, on peut distinguer deux mécanismes de production d'un photon : soit le photon observé est couplé directement au processus dur, soit il est produit par rayonnement (bremsstrahlung) d'un parton couplé au processus dur : dans les deux cas on parle de photon direct ou photon prompt. Du fait de sa cinématique plus compliquée ce dernier processus est relativement

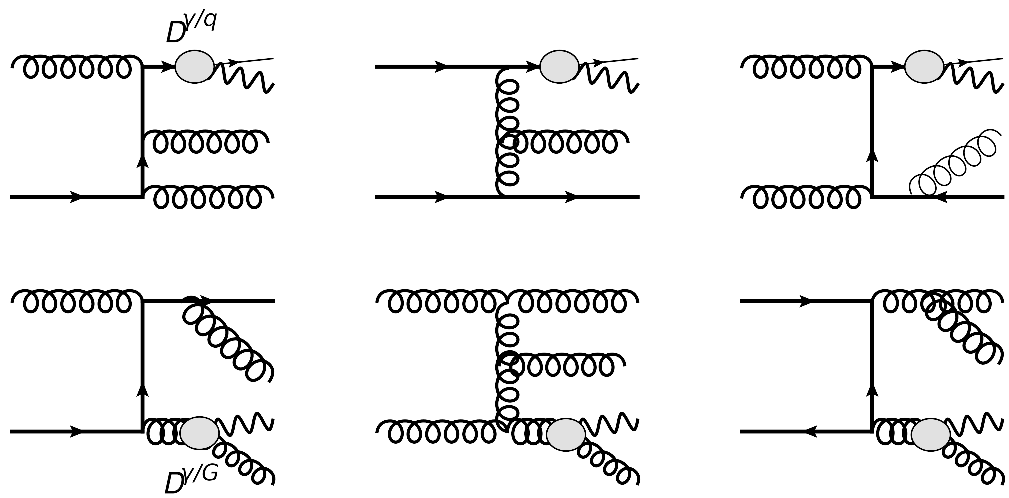


FIGURE 13.7 – *Exemple de diagrammes d'ordre supérieur pour la production de photons par le mécanisme de fragmentation.*

supprimé aux énergies des cibles fixes mais il joue un rôle important aux collisioneurs quand la valeur de la variable $k_T/\sqrt{s}$ est petite. Au niveau de l'observation, ce photon de bremsstrahlung sera vu comme produit dans un jet de hadrons, puisqu'éventuellement le parton émetteur du photon se fragmentera en hadrons, par opposition au photon issu directement du processus dur qui est, en général, isolé .

• Photon isolé

La composante bremsstrahlung de production d'un photon direct complique la mesure du signal expérimental. En effet le parton émetteur du photon quasi-colinéaire produit une gerbe de hadrons, dont des π^0 et des η qui se désintègrent en paires de photons contribuant au spectre inclusif. Pour réduire ce bruit de fond d'origine hadronique au signal de photon direct on introduit le concept d'isolement qui consiste à exclure l'activité hadronique autour du photon. Un photon est dit isolé si aucun hadron satisfait les conditions :

$$\begin{aligned} r_{i\gamma} &= \sqrt{(y_i - y_\gamma)^2 + (\phi_i - \phi_\gamma)^2} < R, \\ k_{Ti} &> \epsilon\, k_T, \end{aligned} \tag{13.2.27}$$

où la rapidité y_i, l'angle azimutal ϕ_i et l'impulsion transverse k_{Ti} sont les coordonnées de la particule i. Dans les calculs théoriques de production de photon direct on applique les mêmes critères mais sur les partons : la première des équations ci-dessus est un critère de colinéarité (fondé sur les angles polaire et azimutal) qui éliminera les configurations où le parton est quasi-colinéaire au photon : le facteur $\ln k_T{}^2/m_0^2$ de l'éq. (13.2.25) sera alors remplacé par $\ln(1/R)$; la deuxième permet d'accepter dans le cône d'isolement des gluons de petite impulsion, ce qui est nécessaire pour la compensation des divergences infrarouges entre diagrammes réels et virtuels. Ainsi un gluon émis quasi-colinéairement au photon sera accepté dans le cône d'isolement et l'intégrale sur son énergie entre 0 et $\epsilon\, k_T$ sera suffisante pour compenser la divergence infrarouge laissant un facteur

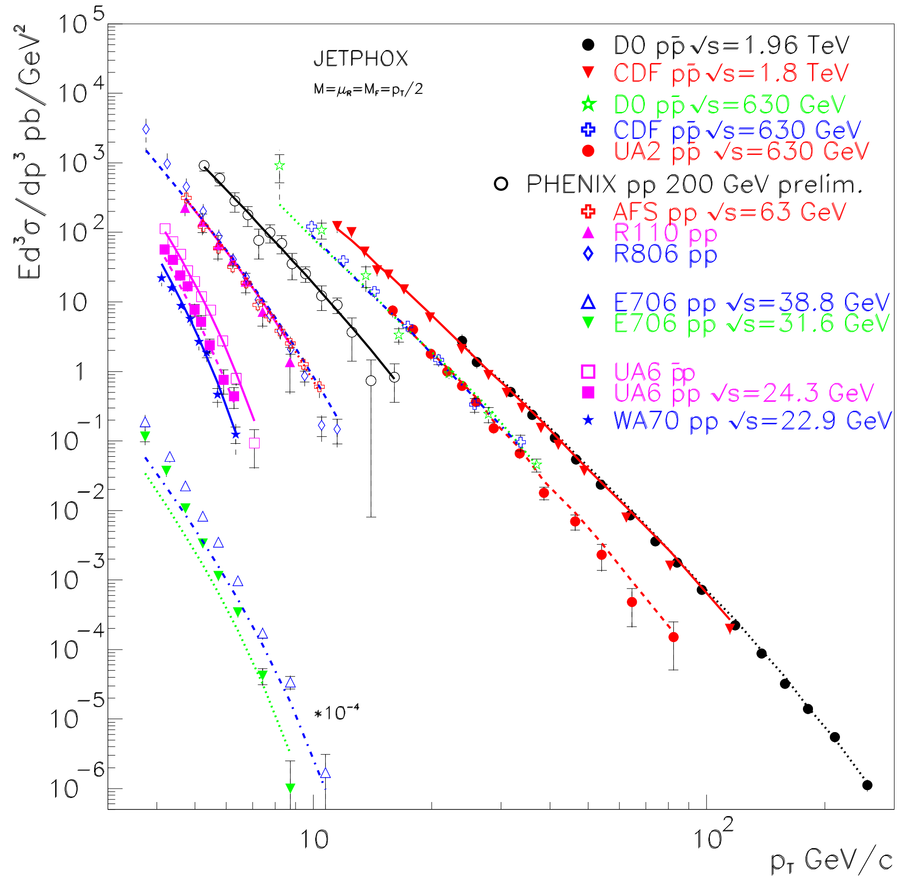


FIGURE 13.8 – *Spectre inclusif de photon direct ou isolé dans les collisions $\bar{p}p$ et pp pour les énergies 21 GeV $< \sqrt{s} <$ 1800 GeV (données pré-2006).*

$\alpha_s \ln(1/\epsilon)$, ce qui implique de choisir ϵ pas trop petit. Typiquement, suivant les expériences on choisit $0,4 < R < 1$, $\epsilon \sim 0,1$. Le critère d'isolement introduit pour éliminer le fond de photons provenant de la décroissance des hadrons va donc également modifier le signal de photon prompt et on parle dans de cas de spectre de photon isolé. Toutes les expériences aux collisionneurs de Fermilab et LHC utilisent un critère d'isolement comme ci-dessus ou une de ses variantes. La figure 13.8 montre le spectre en x_T, défini comme $x_T = 2k_T/\sqrt{s}$, des donnés pré-2006 : l'observable est le spectre inclusif de photon prompt sauf pour CDF et D0 pour lesquelles le photon est isolé, tandis que la figure 13.9 montre les mêmes spectres normalisés par les prédictions théoriques au delà de l'ordre dominant. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie sauf ceux de la collaboration E706 de Fermilab à $\sqrt{s} = 31,5$ et $38,9$ GeV qui sont 2 à 3 fois plus élevés que les prédictions, surtout aux petites valeurs de x_T alors que les expériences aux énergies plus faibles (WA70 et UA6) et plus élevées (R110, R806, AFS aux ISR ($\sqrt{s} = 63$ GeV), PHENIX à Brookhaven ($\sqrt{s} = 200$ GeV) et CDF et D0 ($\sqrt{s} = 1800$ GeV)) sont toutes en accord avec la théorie. Il n'est pas convaincant d'attribuer l'anomalie de E706 à un effet physique qui ne serait visible qu'entre 30 and 40 GeV : cela est plutôt dû à des problèmes dans la difficile analyse des données. Il est intéressant de remarquer que même, les expérimentateurs peuvent quelquefois faire des erreurs! Les données plus récentes de la collaboration ATLAS au LHC apparaissent en parfait accord avec

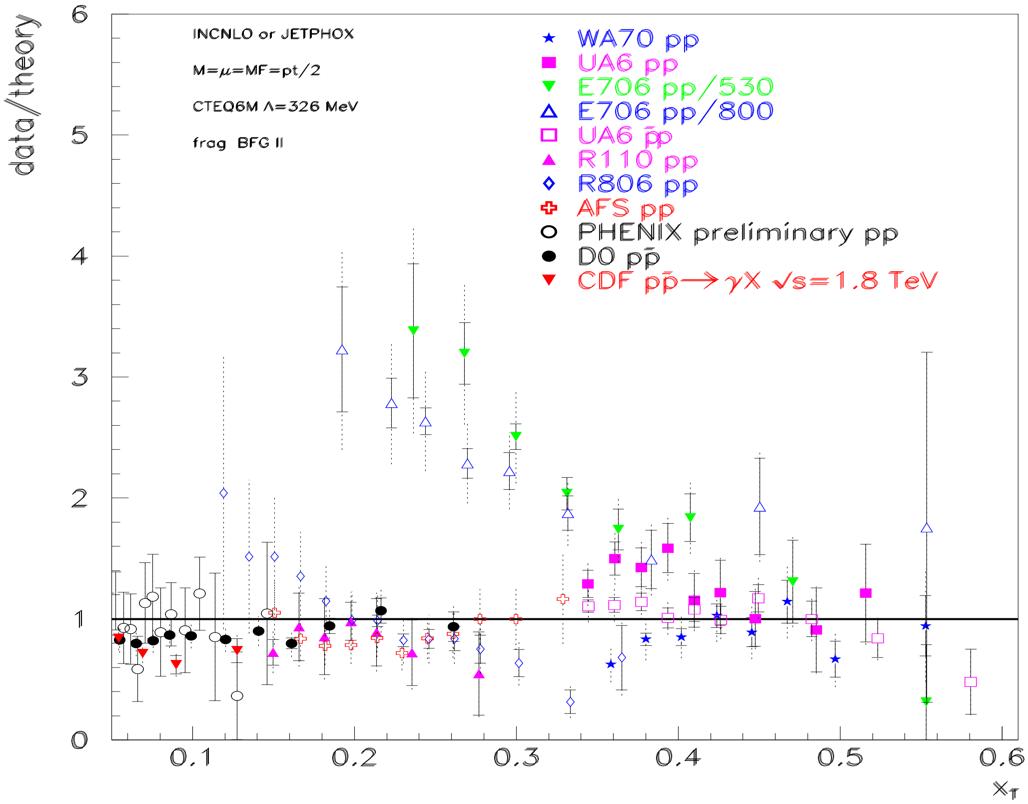


FIGURE 13.9 – *Rapport données sur théorie au NLO pour le spectre inclusif de photon dans les collisions $\bar{p}p$ et pp pour les énergies 21 GeV $< \sqrt{s} <$ 1800 GeV (données pré-2006).*

les calculs théoriques au NLO (fig. 13.10, haut) sur 14 ordres de grandeur. Cependant si regarde le rapport théorie/données l'accord est moins spectaculaire puisque les calculs au NLO (JetPhox [6]) sous-estiment les données de 10 à 20% mais les calculs quasi-NNLO (Peter [7]) rétablissent l'accord surtout aux rapidité centrales.

La collaboration Alice, dû à l'extrême finesse de son calorimètre, peut extraire le spectre jusqu'à des k_T aussi bas que 10 GeV, soit $x_T > 2\ 10^{-3}$ tandis que ATLAS et CMS observent des photons jusquà 1 TeV, $x_T < 0,2$. La figure 13.11 résume le domaine cinématique considérable couvert par les expériences de production de photon direct, qui permettent ainsi de tester QCD sur un grand domaine de (x, Q^2) : on voit que les hautes énergies permettent d'accéder aux petites valeurs de x. L'accord observé de la théorie avec les résultats de l'inélastique profond, la production de paires de leptons et la production de photons directs sont un test extrêmement convaincant de la validité de

6. Z. Belghobsi, M. Fontannaz, J.-Ph. Guillet, G. Heinrich, E.Pilon, M. Werlen, Phys. Rev. **D 79** 114024, [arXiv :0903.48341] ; https ://lapth.cnrs.fr/PHOX_FAMILY/main.html.

7. T. Becher, C. Lorentzen and M. D. Schwartz, Phys. Rev. **D 86** (2012) 054026 ; M. D. Schwartz, [arXiv :1606.02313].

QCD sur plus d'une dizaine d'ordres de grandeur. La production de gerbes hadroniques que l'on va brièvement discuter confirme cet accord remarquable entre théorie et données.

Utilisant la même approche on peut étudier la production d'une paire de photons dans les collisions $p\,p \to \gamma\,\gamma + X$ qui, comme on l'a déjà mentionné est le fond dominant à la recherche du boson de Higgs. La section efficace s'obtient à partir des diagrammes ci-dessus où on substitue un photon à un gluon final : par exemple à l'approximation LO seuls les diagrammes d'annihilation $q\,\bar{q} \to \gamma\,\gamma$ contribuent. On peut ainsi calculer le spectre en fonction de la masse de la paire, comme pour le procesus Drell-Yan ou, pour une masse fixée la distribution en impulsion transverse de cette dernière.

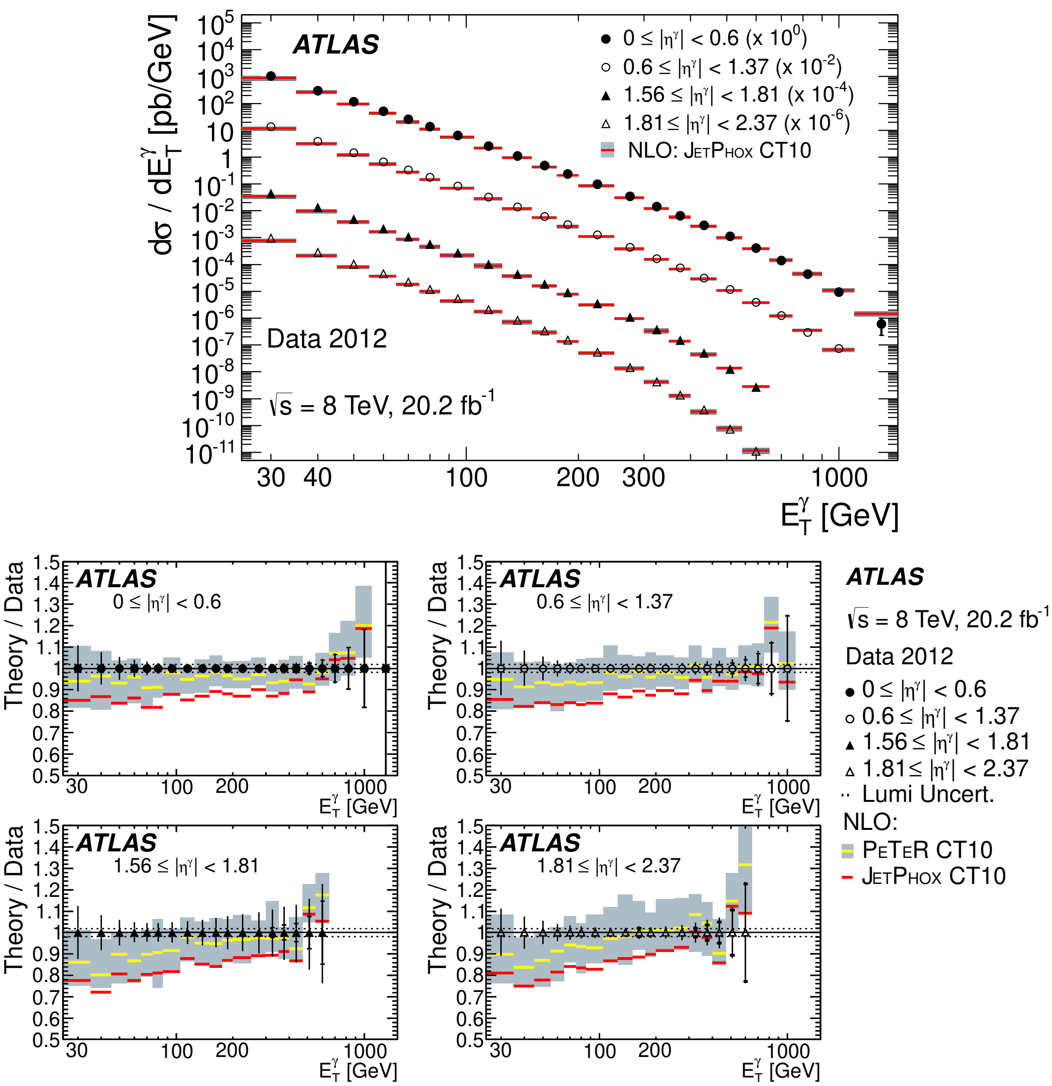


FIGURE 13.10 – *Section efficace inclusive de production d'un photon isolé en fonction de l'énergie transverse du photon dans les collisions pp à 8 TeV, au LHC (Collaboration ATLAS, JHEP* **06** *(2016) 005 ; [arXiv:1605.03495]).*

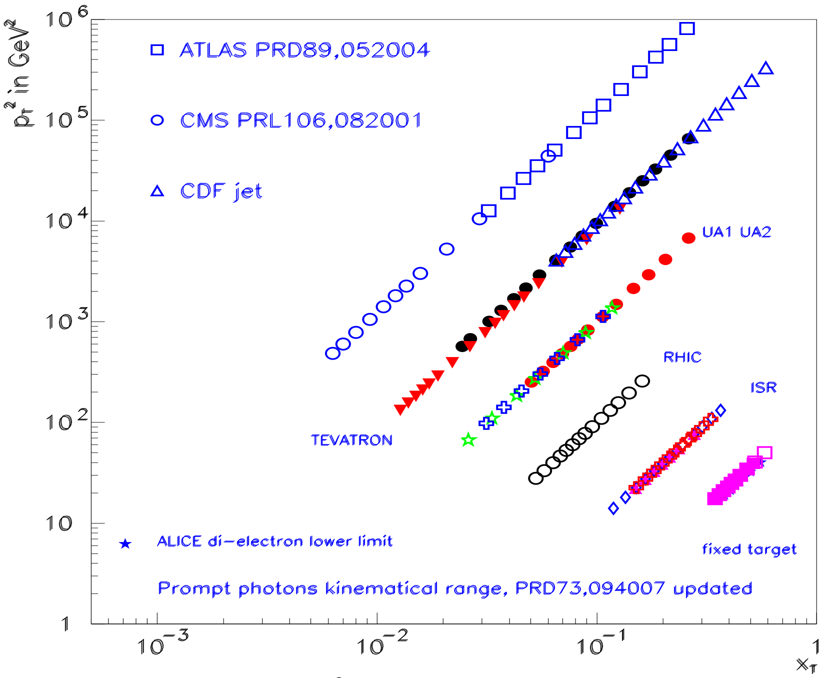


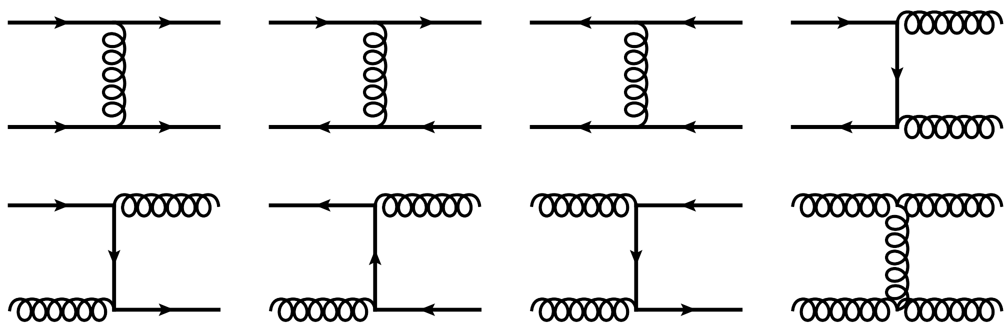
FIGURE 13.11 – *Domaine en "(x, Q^2)" couvert par les données de production de photons prompts dans les collisions hadroniques. Les données LHC (ALICE, ATLAS, CMS) sont à 7 TeV. Avec l'aimable autorisation de Monique Werlen.*

13.3 Production de jets dans les collisions hadroniques

Dans l'approximation au logarithme dominant la gerbe hadronique est identifiée à un parton final (quark ou gluon) produit à grande impulsion transverse k_T. Aucun effet de fragmentation du parton en hadrons n'est pris en compte. La cinématique est donc la même que pour la production d'un photon mais on doit sommer sur tous les types de partons de l'état final :

$$k^0 \frac{d\sigma^3}{dk} = \frac{1}{s(-t)} \sum_{i,j,k,l} \int_{x_i^{\min}}^1 \frac{dx_1}{x_1^2} F_{i/A}(x, k_T^2) F_{j/B}(x_2, k_T^2) \frac{1}{(4\pi)^2} \overline{\Sigma} \mid \mathcal{M} \mid^2_{ij \to kl}$$

où k est l'impulsion du parton (jet) observé. La dynamique au niveau partonique est assez complexe car il y a un grand nombre de processus en jeu, $qq \to qq$, $q\bar{q} \to q\bar{q}$, $\bar{q}\bar{q} \to \bar{q}\bar{q}$, $q\bar{q} \to gg$, $gq \to gq$, $gg \to q\bar{q}$, $gg \to gg$:



La dominance relative d'un processus partonique dépend de l'énergie transverse du jet : ainsi, au LHC, pour un jet de $k_T \approx 100$ GeV la diffusion gluon-gluon représente 60% de la section efficace comparée aux processus gluon-quark (35%) et quark-quark (5%), tandis que pour $k_T \approx 2$ TeV la diffusion quark-quark domine (50%) devant la diffusion gluon-quark (40%) et gluon-gluon (10%). Pour exemple on montre dans la figure 13.12 une compilation des sections efficaces de production de jet pour les collisionneurs $p\bar{p}$ et pp : on remarque l'accroissement considérable, d'un facteur environ 3500, de la section efficace entre $\sqrt{s} = 546$ GeV et $\sqrt{s} = 7$ TeV pour $k_T = 100$ GeV (et de 5000 entre $\sqrt{s} = 546$ GeV et $\sqrt{s} = 8$ TeV (voir fig. 13.13)). Qualitativement on estime que la valeur moyenne de l'impulsion des partons initiaux dans la collision est $< x > \approx 2k_T/\sqrt{s}$ [8] et donc quand l'énergie augmente $< x >$ décroît et corrélativement les densités partoniques augmentent notamment celle du gluon (voir figs. 9.1 et 9.2) : c'est ce qui explique l'accroissement spectaculaire de la production d'un jet de $k_T = 100$ GeV à $\sqrt{s} = 8$ TeV , dominée par la diffusion gluon-gluon, comparée à celle à $\sqrt{s} = 546$ GeV dominée par le processus quark-antiquark de valence. C'est pour cela que l'on dit quelquefois que le LHC est une machine à produire des gluons. En général les processus initiés par les gluons dominent aux "basses" valeurs de k_T tandis que ceux initiés par les quarks (de valence) dominent à "grands" k_T. Il faut aussi signaler que la section efficace de production de jets est proportionnelle à α_s^2 et elle est donc très sensible à la valeur de Λ, ou de façon équivalente à la valeur de $\alpha_s(m_Z^2)$.

Si on calcule la section efficace de jet inclusif au NLO on rencontre les mêmes problèmes de divergences infrarouges et colinéaires que dans la diffusion $e^+ e^-$. Comme dans ce dernier cas, on va donc définir un jet comme un parton ou une association de deux partons quasi-colinéaires. La contrainte supplémentaire est que cette définition doit être invariante sous une transformation de Lorentz longitudinale puisque les jets sont produits par une collision parton-parton mais sont reconstruits expérimentalement dans le centre de masse proton-proton. Pour définir la distance entre deux partons et savoir quand les recombiner en un seul jet on va définir leur cinématique à l'aide de l'impulsion transverse, la rapidité et l'angle azimutal. Soient deux partons, de masse nulle, de coordonnées :

$$\begin{aligned} k_i &= (k_{iT} \cosh y_i, k_{iT} \cos\phi_i, k_{iT} \sin\phi_i, k_{iT} \sinh y_i) \\ k_j &= (k_{jT} \cosh y_j, k_{jT} \cos\phi_j, k_{jT} \sin\phi_j, k_{jT} \sinh y_j). \end{aligned}$$

8. On estime que $\hat{s} \approx < x >^2 s \approx 4k_T^2$, d'où le résultat.

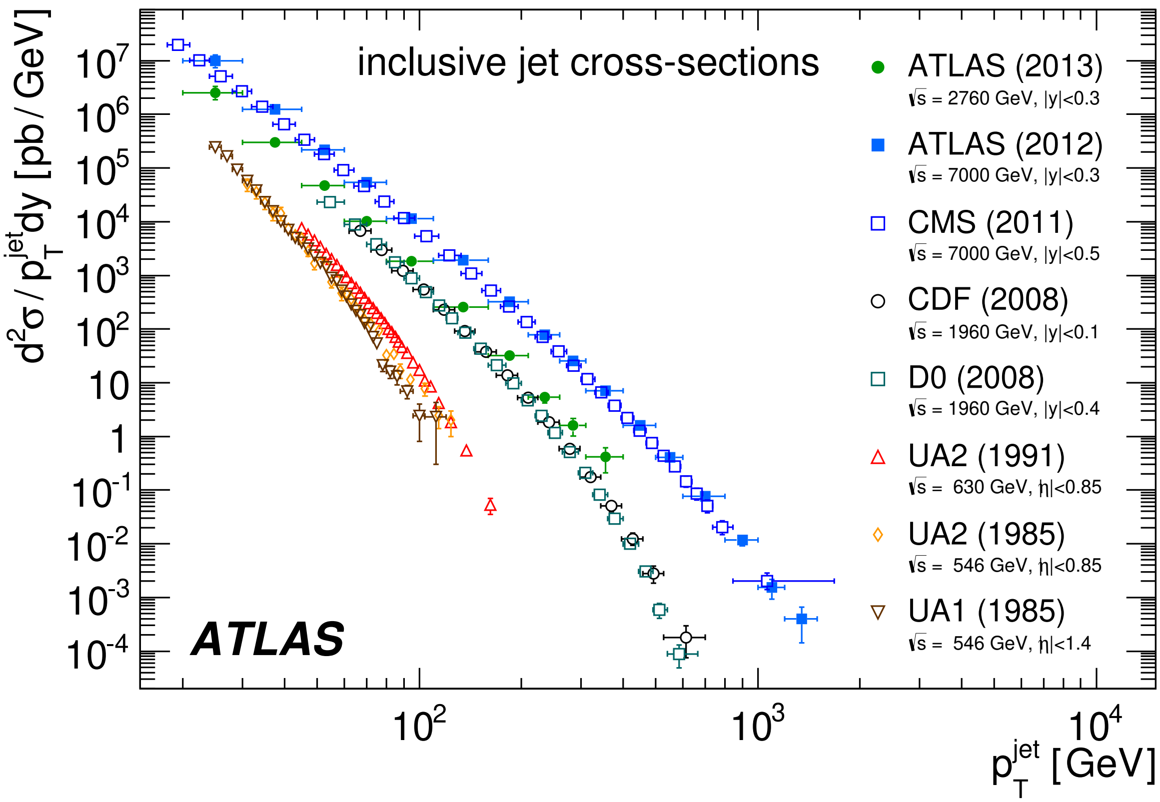


FIGURE 13.12 – *Compilation par la collaboration ATLAS des données sur la production inclusive de gerbes hadroniques aux collisionneurs du CERN et Fermilab pour des énergies de $\sqrt{s} = 546$ GeV à 7 TeV.*

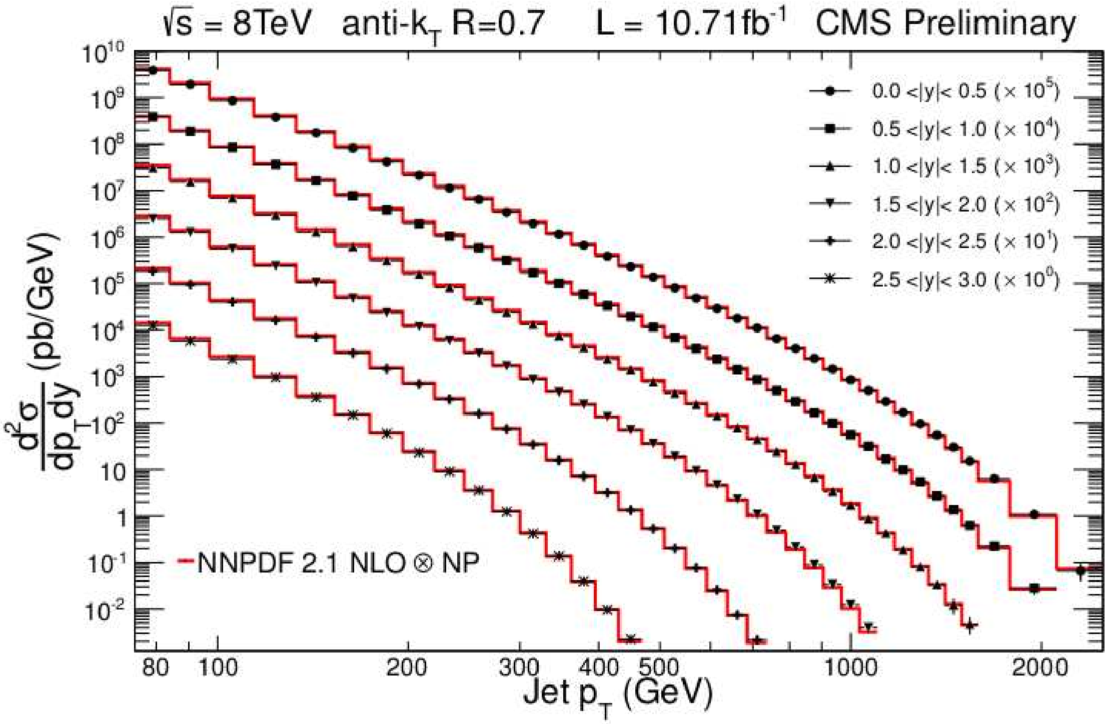
Le carré de la masse invariante des deux partons est :

$$\begin{aligned} s_{ij} &= 2k_i \cdot k_j = 2k_{iT}k_{jT}\left[\cosh(y_j - y_i) - \sin(\phi_j - \phi_i)\right] \\ &\sim k_{iT}k_{jT}\left[\delta y_{ij}{}^2 + \delta \phi_{ij}{}^2\right] \end{aligned}$$

avec $\delta y_{ij} = (y_j - y_i)$, $\delta\phi_{ij} = (\phi_j - \phi_i)$ supposés "petits". A partir de cette expression il est usuel de définir la distance entre les partons comme :

$$\boxed{d_{ij} = \min(k_{iT}, k_{jT})\sqrt{\delta y_{ij}{}^2 + \delta \phi_{ij}{}^2}/R.} \tag{13.3.28}$$

On a introduit dans cette mesure un paramètre numérique R dont on précisera la valeur plus bas. Cette mesure est bien invariante sous une transformation de Lorentz longitudinale puisque chacune des variables, δy_{ij}, $\delta\phi_{ij}$, k_{iT} et k_{jT} l'est. Choisir de normaliser la distance par l'impulsion minimale plutôt que par la racine carré du produit est plus physique car cela rend le cut-off infrarouge indépendant de la valeur de l'impulsion maximale. C'est une "bonne" mesure puisqu'elle s'annule si l'un des partons est d'impulsion nulle ou si les partons sont colinéaires, c'est à dire s'ils ne forment qu'un seul parton. Intuitivement, on voit que deux partons formeront deux jets observables si d_{ij} est suffisament grand et coalesceront en un seul jet dans le cas contraire. Cette condition sur d_{ij}



VS.

FIGURE 13.13 – *Section efficace inclusive de production d'un jet en fonction de l'énergie transverse du jet dans les collisions pp à 8 TeV, au LHC (Collaboration CMS, voir https ://twiki.cern.ch/twiki/bin/genpdf/CMSPublic/PhysicsResultsSMP12012.*

combine en fait celles sur les deux cut-offs (infrarouge ϵ et colinéaire δ) de la définition à la Sterman-Weinberg.

Plus précisément, pour classer les événements selon le nombre de jets on procède la façon suivante. On définit la distance d'un parton i au faisceau par :

$$d_i = k_{iT}, \tag{13.3.29}$$

et on ordonne les distances d_i et d_{ij} par ordre croissant. Si c'est un d_{ij} qui est la plus petite valeur on combine les deux partons en un jet l dont on calcule en général les cordonnées de la façon suivante [9] :

$$\begin{aligned} k_{lT} &= k_{iT} + k_{jT} \\ y_l &= (k_{iT} y_i + k_{jT} y_j)/k_{lT} \\ \phi_l &= (k_{iT}\phi_i + k_{jT}\phi_j)/k_{lT}, \end{aligned} \tag{13.3.30}$$

et la configuration à 3 partons est considérée comme un événement à 2 jets. Si c'est un d_i qui a la valeur minimale on compare alors la distance entre les deux autres partons à leur distance par rapport au faisceau et si elle est la plus petite on combine les partons en un jet à l'aide de (13.3.30), sinon chacun des partons est interprété comme un jet. La valeur du paramètre R introduit en (13.3.28)

9. On peut aussi définir l'impulsion du jet en ajoutant les vecteurs impulsion de chaque parton

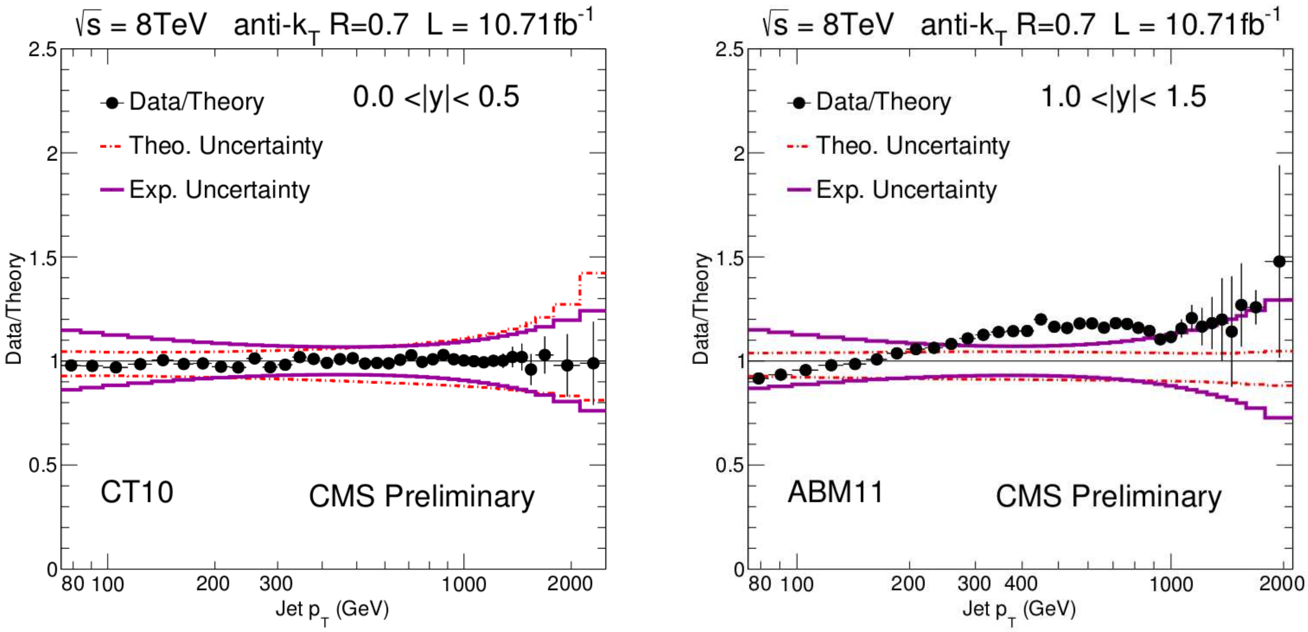


FIGURE 13.14 – *Section efficace inclusive de production d'un jet en fonction de l'énergie transverse du jet normalisée à la prédiction de QCD perturbatif au NLO, dans les collisions pp à 8 TeV, au LHC (Collaboration CMS, https ://twiki.cern.ch/twiki/bin/genpdf/CMSPublic/PhysicsResultsSMP12012).*

est choisie de l'ordre de 0.3 à 0.7 au LHC et jusqu'à 1 aux énergies de Fermilab. La procédure de combinaison de partons ci-dessus suit "l'algorithme k_T" [10] qu'utilise les expérimentateurs pour construire de façon récursive les jets à partir des impulsions des particules ou "protojets". Il existe d'autres algorithmes comme celui dit de "cône" dérivé de la définition de jets à la Sterman-Weinberg (voir la section 10.2) mais ils souffrent d'ambiguités et ils sont moins utilisés aujourd'hui.

En fait, avec les progrès expérimentaux qui permettent d'assigner une saveur aux jets de désintégration de quarks lourds (charme, bottom) grâce aux détecteurs "micro-strip" et à la mesure des "vertex déplacés", une nouvelle mesure de la distance et de la contruction des jets ont été proposées, connues sous le nom d'algorithme "anti-k_T" [11]. Elle permet d'associer un parton mou et/ou colinéaire au jet de saveur lourde tout en préservant la saveur du jet et la stabilité infrarouge et colinéaire. A l'éq. (13.3.28) on substitue :

$$\begin{aligned} d_{ij}^S &= \max(k_{iT}, k_{jT})\sqrt{\delta y_{ij}{}^2 + \delta\phi_{ij}{}^2}/R, \quad \text{si le plus mou du } i \text{ ou } j \text{ porte une saveur,} \qquad (13.3.31) \\ &= \min(k_{iT}, k_{jT})\sqrt{\delta y_{ij}{}^2 + \delta\phi_{ij}{}^2}/R, \quad \text{si le plus mou du } i \text{ ou } j \text{ ne porte pas de saveur.} \end{aligned}$$

Un parton ne portant pas de saveur peut être un gluon ou un quark léger ($u,\ d,\ s$). Pour la reconstruction expérimentale du jet il faut également modifier la définition du jet par rapport au faisceau

10. S.D. Ellis, D.E. Soper, Phys. Rev. **D48** (1996), 3160
11. A. Banfi, G.P. Salam, G. Zanderighi, Eur. Phys. J. **C47** (2006), 116, [hep-ph/0601139]

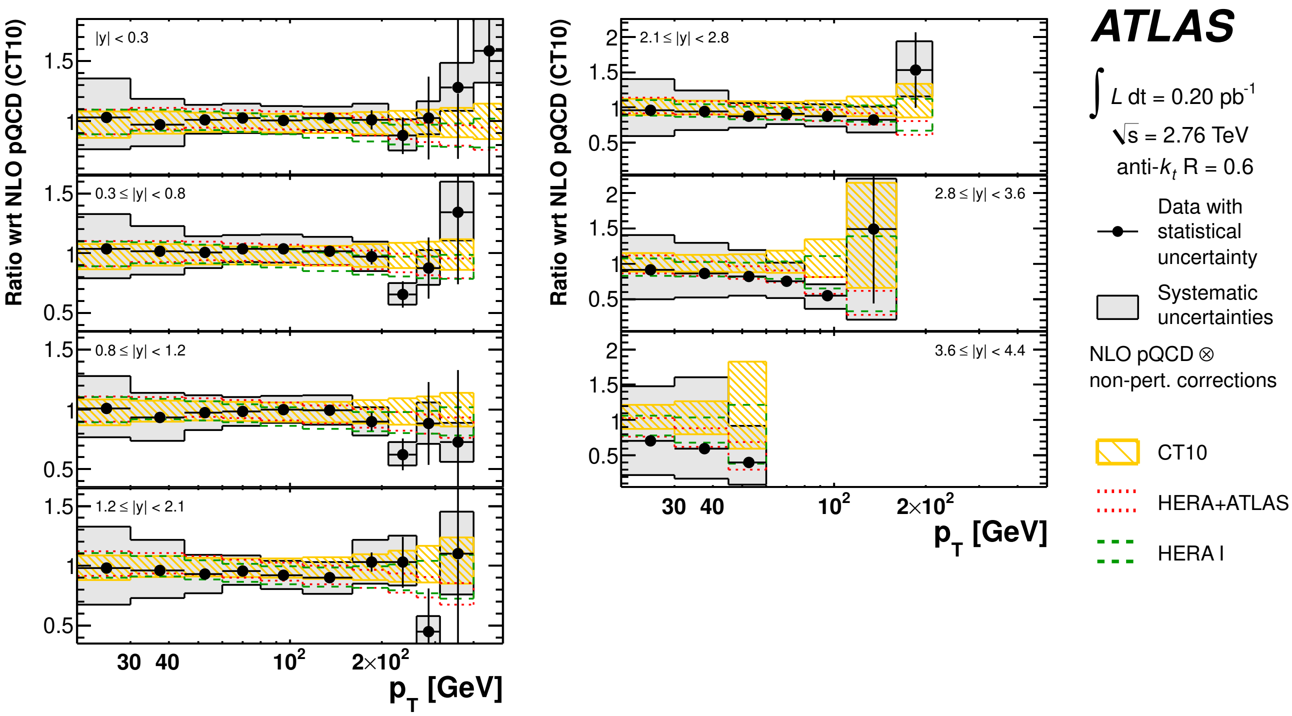


FIGURE 13.15 – *Spectre inclusif, en k_T et en y, d'un jet à $\sqrt{s} = 2,76$ TeV normalisé par les prédictions théoriques au NLO avec les fonctions de structure CT10. Les bandes hachurées et en pointillés colorés sont les pré/post-dictions obtenues avec les distributions partoniques CT10, HERA et HERA ajustées au spectre du jet (ATLAS Collaboration, EPJC* **73** *(2013) 2509 [arXiv :1304.4739]).*

(voir Banfi *et al.* cité plus haut, pour plus de détails).

Pour les nouveaux résultats du LHC on utilise maintenant l'algorihme "anti-k_T" comme on peut le voir sur les figures 13.13 à 13.16 avec des valeurs de $R = 0,6$ ou $R = 0,7$ suivant les collaborations (les valeurs $R = 0,3$ ou $R = 0,4$ sont aussi utilisées). Dans ces figures on montre les incertitudes théoriques obtenues en faisant varier les échelles de renormalisation et factorisation entre .5 k_T et 2 k_T. On compare dans la figure 13.13 le spectre inclusif en k_T d'un jet, dans plusieurs domaines de rapidité, mesuré par la collaboration CMS au LHC ($\sqrt{s} = 8$ TeV), avec les prédictions théoriques à l'approximation au delà des logarithmes dominants : l'accord entre théorie et expérience sur presque 11 ordres de grandeur est remarquable (comparaison entre la section efficace à grand et petit k_T, pour $y \sim 0$). Cependant, la représentation des résultats sur un graphe dont l'échelle verticale couvre 13 ordres de grandeur n'est pas très sélective. Aussi utilise-t-on souvent le rapport données/théorie comme en figure 13.14, en fonction de k_T pour un intervalle de rapidité donné. Cela permet une comparaison beaucoup plus fine entre expérience et pré/postdictions théoriques : on voit ainsi que le résultat obtenu en utilisant les distributions partoniques CT10 (une variante de CTEQ ajustée aux données du LHC) montrent un accord remarquable avec l'expérience alors que celles fondées sur

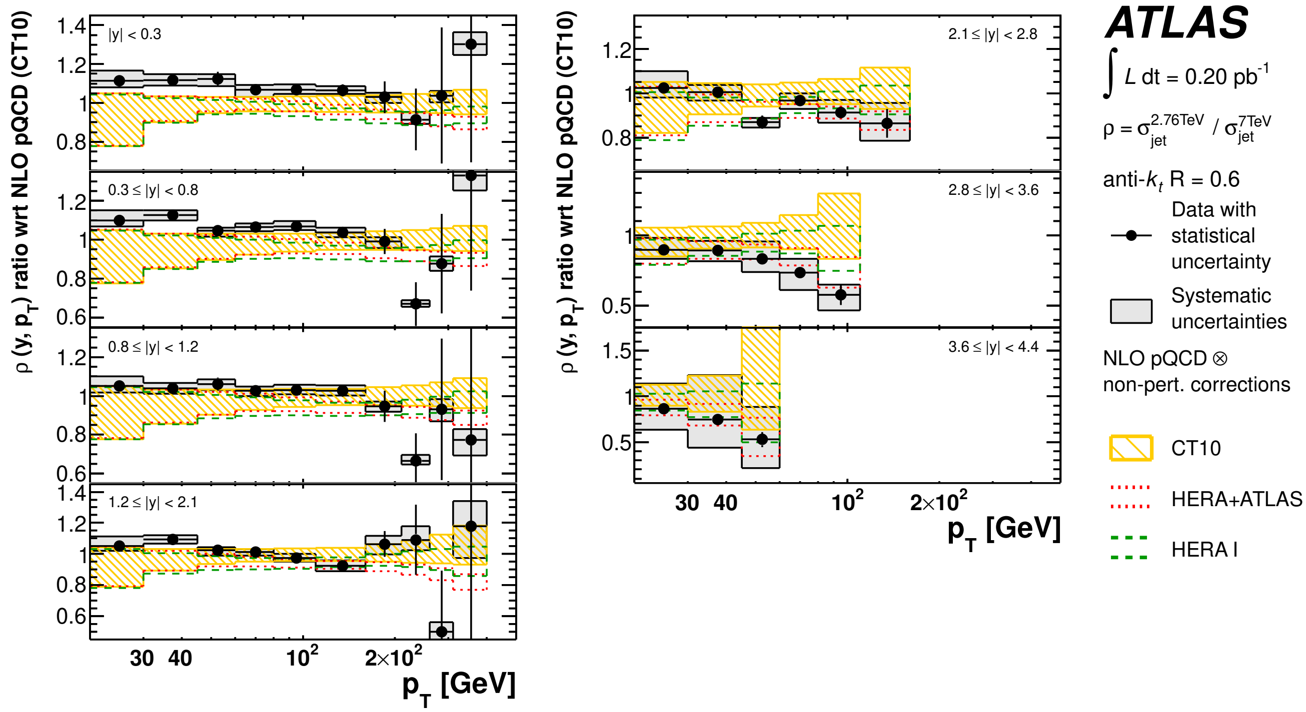


FIGURE 13.16 – *Données et prédictions de QCD perturbatif au NLO pour le rapport des spectres inclusifs d'un jet à $\sqrt{s} = 2.76$ TeV et $\sqrt{s} = 7$ TeV. Les points expérimentaux (•) sont $\rho^{\mathrm{ATLAS}}(y, k_T)$ normalisés par $\rho^{\mathrm{CT10}}(y, k_T)$ et la bande grise les erreurs expérimentales systématiques associées. Les rapports théoriques pour les distributions partoniques CT10, HERA et HERA contraintes par le spectre de jet de ATLAS sont indiqués par la bande colorée et les pointillés (ATLAS Collaboration, EPJC* **73** *(2013) 2509 [arXiv :1304.4739]).*

une variante des distributions ALEKHIN (ABM11 non ajustées aux données) diffèrent jusqu'à 20% aux grandes valeurs de k_T. Une étude similaire pour ATLAS à $\sqrt{s} = 2,76$ TeV est montrée en figure 13.15 : l'accord est de nouveau excellent, sauf peut-être aux grandes valeurs de rapidité ($y > 2,8$) mais toujours à l'intérieur des erreurs. On remarque par ailleurs que les incertitudes expérimentales sont supérieures à celles théoriques. Ce bon accord est valable pour toutes distributions partoniques considérées (voir la légende de la figure pour les détails). La collaboration remarque qu'ajuster les distributions partoniques HERA au spectre inclusif d'un jet permet de réduire les incertitudes sur la distribution du gluon, notamment aux petites valeurs de $x < 10^{-3}$. Poursuivant cette étude ATLAS compare ces données à celles à $\sqrt{s} = 7$ TeV ainsi qu'aux prédictions théoriques. Pour cela ils définissent le rapport :

$$\rho^{\exp}(y, k_T) = \frac{d^2\sigma/dydk_T(2,76 \text{ TeV})}{d^2\sigma/dydk_T(7 \text{ TeV})},$$

et un rapport similaire $\rho^{\text{théo}}(y, k_T)$ pour la théorie au NLO utilisant différents ensembles de fonctions de structure du proton. Ils construisent alors le rapport des deux rapports $\rho^{\exp}/\rho^{\text{théo}}$ où $^{\text{théo}} = {}^{\text{CT10}}$

dont le résultat est montré en figure 13.16. La première chose que l'on remarque est que, pour $\rho^{\exp}(y, k_T)$, les incertitudes systématiques (bandes grises) sont beaucoup plus petites que celles sur le spectre inclusif du jet, car beaucoup d'erreurs systématiques se compensent dans le rapport, ce qui permet une étude plus fine. La deuxième remarque est que cette quantité n'est pas égale à 1 aux petites valeurs de la rapidité ($y < 0,8$), Si l'on admet l'accord parfait entre expérience et théorie à $\sqrt{s} = 2,76$ TeV (figure 13.15) alors on est obligé de conclure que les distributions partoniques utilisées surestiment très légèrement, mais systématiquement, les données à 7 TeV pour les rapidités centrales. Cependant, si on prend en compte les incertitudes associées aux paramétrages et à la théorie (bandes colorées sur la figure), alors le désaccord observé reste à l'intérieur des barres d'erreur. Il ne fait pas de doute que, après ajustement adoptant si nécessaire un paramètrage plus souple que celui des éqs. (9.1.54), on construira un accord parfait aux deux énergies et cela sans détruire les analyses faites à plus basse énergie dans d'autres expériences. Cette discussion, un peu technique, illustre comment affiner les prédictions de QCD pertubatif en considérant le plus grand nombre de résultats dans le plus grand domaine cinématique possible. On peut dire mi-sérieusement que ce type d'analyse tient de la science autant que de l'art, notamment en ce qui concerne l'estimation relative des erreurs d'une expérience à l'autre et d'une prédiction théorique à l'autre.

13.4 Production de hadrons dans les collisions hadroniques

Comme dans le cas de la diffusion $e^+ e^-$ on peut étudier dans les collisions $p\,p$, en QCD au NLO, la distribution d'une particule à grand k_T [12]. Cela permet de mieux contraindre les fonctions de fragmentation de partons en hadrons déjà introduites en sec. 10.3. Les collisions hadroniques sont complémentaires des collisions $e^+ e^-$ pour ce genre d'étude. En effet les collisions leptoniques permettent de déterminer avec précision la fragmentation du quark en hadrons à petit z mais non à grand z dû à la faible statistique. Quant à la fragmentation du gluon, elle est très peu contrainte puisque la transition $gluon \rightarrow hadron + X$ est associée à un processus correctif au terme de Born comme on l'a vu en sec. 10.3. Dans les collisions $p\,p$ les sections efficaces partoniques sont très fortement décroissantes avec l'impulsion transverse et pour compenser ceci le parton doît céder une grande partie de son énergie au hadron, c'est à dire que la réaction est sensible aux grandes valeurs de z de la fonction de fragmentation [13]. D'autre part on a vu que les sections partoniques avec gluons initial et final jouent un rôle tout à fait dominant dans les collisions hadroniques dès le terme de Born et il est donc évident que la fragmention du gluon sera fortement contrainte. On montre en figure 13.17 un exemple de spectre hadronique chargé à différentes énergies du LHC. Les prédictions théoriques au NLO utilisent les fonctions de fragmentation de DSS [14]. On remarque un très bon accord sauf peut-être à $\sqrt{s} = 7$ TeV où les prédictions tendent à surestimer les donnés aux plus grandes valeurs de k_T. Cependant l'incertitude théorique, estimée par une variation des différentes échelles arbitraires reste grande. Ce qui est remarquable (et sans doute accidentel !) est l'excellent accord théorie/expérience aux petites valeurs de k_T où l'on s'attendrait plutôt à l'effondrement de l'approche strictement perturbative : en effet une valeur de $k_t \sim 1,5$ GeV, équivaut

12. F. Aversa, P. Chiappetta, Mario Greco, J.Ph. Guillet, Nucl.Phys. **B327** (1989), 105
13. Pour une impulsion transverse hadronique k_T^{had} donnée, l'impulsion partonique $k_T^{parton} = k_T^{had}/z$ doit être aussi petite que possible, donc z aussi grand que possible, pour maximiser la section efficace.
14. D. de Florian, R. Sassot, M. Stratmann, Phys.Rev. **D76** (2007), 074033.

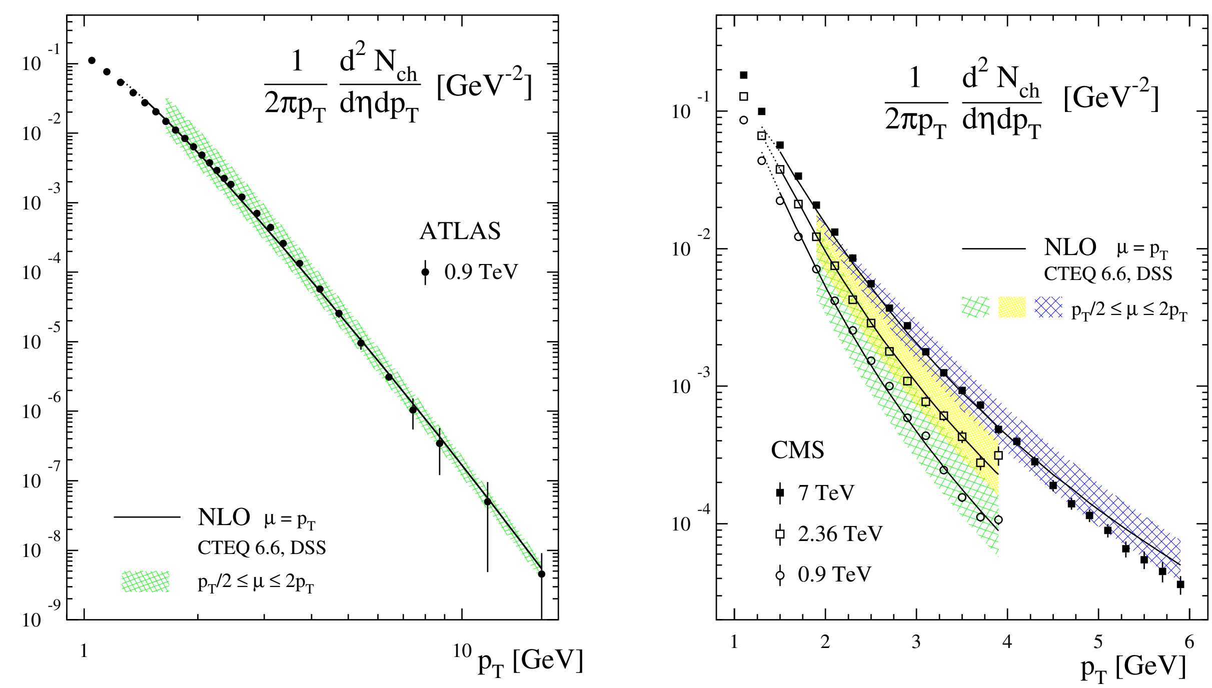


Figure 13.17 – *Données et prédictions de QCD perturbatif au NLO pour le spectre inclusif de hadrons chargés au LHC. Les incertitudes théoriques sont quantifiées par la variation* $0,5\,k_T < \mu < 2\,k_T$ *où* μ *est l'échelle commune de renormalisation, factorisation et fragmentation. Les fonctions de fragmentation sont celles de DSS. Les figures sont extraites de R. Sassot, P. Zurita, M. Stratmann, Phys.Rev.* **D82** *(2010), 074011, [arXiv :1008.0540], et les données des collaborations ATLAS, Phys.Lett.* **B688** *(2010), 21 et CMS, JHEP* **1002** *(2010), 041, [arXiv :1005.3299].*

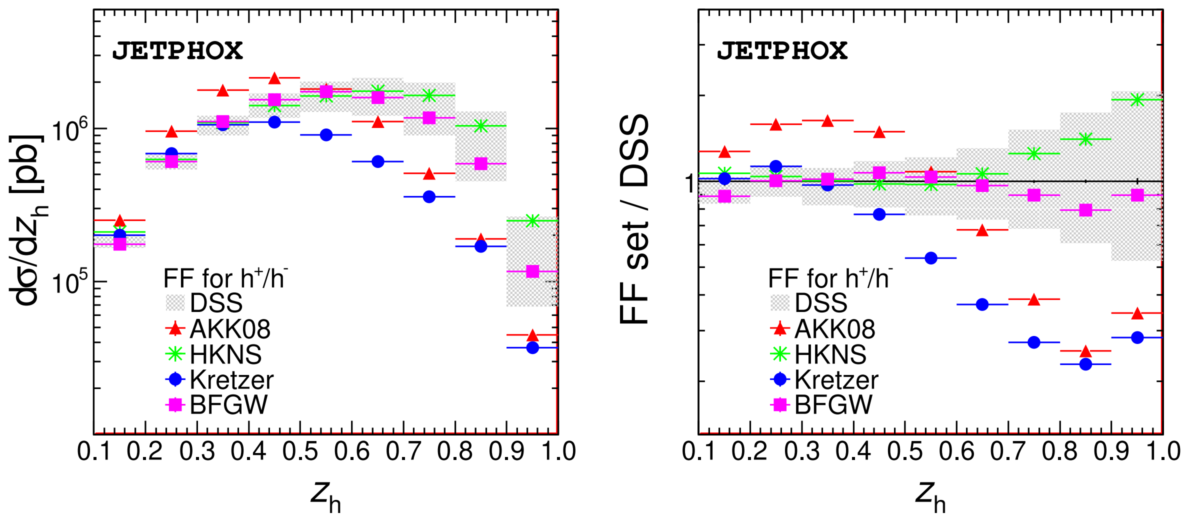
à $x \sim 5\,10^{-4}$ ce qui implique de "grands" termes correctifs de l'ordre de $\alpha_s \ln(1/x)$ qu'il faudrait sommer à tous les ordres pour un résultat crédible. Il est en principe possible de mesurer au LHC le spectre inclusif d'une grandes variété de hadrons : π, K, $D^{\pm}$, D^0, Ψ, $B^{\pm}$, B^0, Υ, p, $\bar{p}$, $\cdots$ et donc de faire une étude fine de la fragmention des différents partons.

Si un bon accord données/théorie est observé sur le spectre inclusif de hadron chargé au LHC, on a montré cependant qu'il existe une grande dispersion des prédictions, suivant le choix des fonctions de fragmentation, pour des observables de corrélations que l'on peut construire lorsque l'on étudie, par exemple, la réaction $p\,p \to h\,jet\,X$ [15]. Ainsi la figure 13.18 a), montre la distribution $d\sigma/dz_h$ en fonction de :

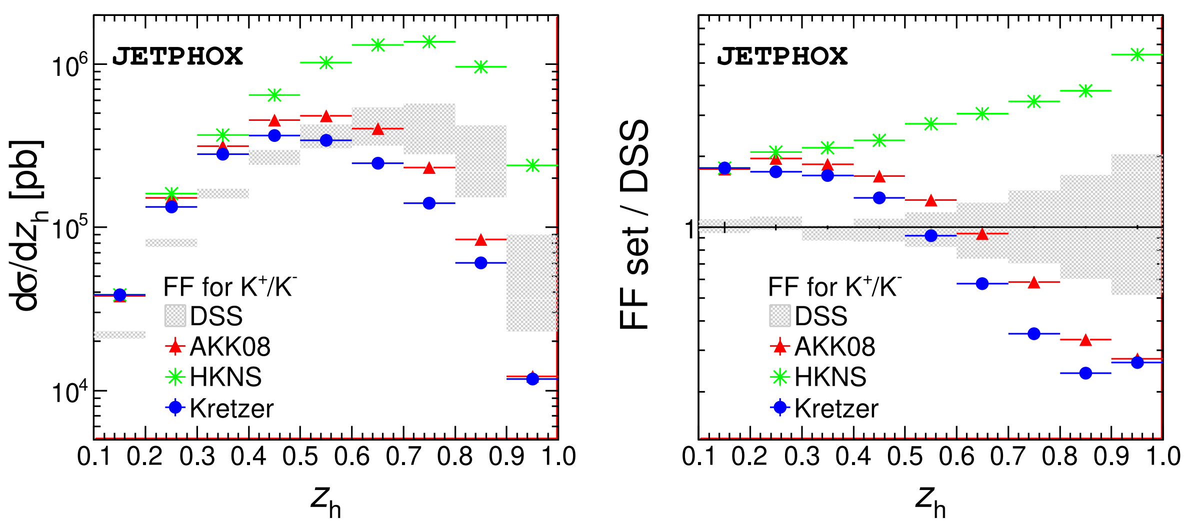
$$z_h = \frac{\vec{k}_T^h \cdot \vec{k}_T^{jet}}{|\vec{k}_T^{jet}|^2}, \tag{13.4.32}$$

où le hadron chargé est pris dans le jet : cette dispersion des prédictions est encore magnifiée quand on normalise point à point les distributions par celle de DSS (figure de droite). Un autre aspect

15. F. Arleo, M. Fontannaz, J.-Ph. Guillet, Chi Linh Nguyen, JHEP **1404** (2014), 147, [arXiv :1311.7].



a)



b)

FIGURE 13.18 – *a) Distribution de hadrons chargés à l'intérieur d'un jet à $\sqrt{s} = 8$ TeV. La référence au paramètrage des fonctions de fragmentation est donnée à la fin de la sec. 10.3. La bande grisée indique la variation des prédictions de QCD au NLO avec les fonctions de fragmentation DDS quand les échelles arbiraires varient dans l'intervalle $[0,5\,k_T^{jet}, 2\,k_T^{jet}]$; b) distribution de kaons chargés avec les mêmes conventions.*

saillant est la grande variabilité des prédictions quand on modifie les échelles, variabilité qui reste cependant moindre que celle associée au choix des fonctions de fragmentation : DSS, BFGW et

HKNS sont compatibles mais AKK08 et Kretzer sont assez différentes. Si on s'intéresse maintenant à la production de $K^{\pm}$ chargés on observe une situation assez différente avec HKNS largement au dessus des autres distributions [16] .

Les fonctions de fragmention sont obtenues par comparaison avec un grand nombre de données. Cependant combiner les données de plusieurs expériences leptoniques et hadroniques, prises avec des détecteurs très différents, couvrant un domaine d'énergie très grand, est un art subtil et dangereux : toutes les expériences ne sont pas compatibles entre elles et le phénoménologue n'ayant pas le droit de décider quelles sont les "bonnes" et les "mauvaises" expériences sera forcé de chosisir selon des critères personnels (donc non scientifiques) les données à analyser. Cela conduit à une assez grande dispersion des paramétrages.

13.5 Conclusion

En conclusion, dans les collisions de type hadron-hadron, un grand nombre d'observables dépendent des fonctions de structure des partons dans les hadrons (et éventuellement des fonctions de fragmentation) et de la valeur de Λ. Pour que QCD soit validée en tant que théorie des interactions fortes il faut que les prédictions soient en accord avec toutes les observables. Les données devenant de plus en plus précises et couvrant un domaine cinématique de plus en plus étendu, les tests de QCD deviennent de plus en plus contraignants. Lors d'une analyse phénoménologique il ne faut oublier de prendre en compte les incertitudes théoriques qui sont dûes au fait que la série pertubative est tronquée au deuxième ou troisième ordre (exceptionnellement à des ordres plus élevés) et associé à cette troncature prendre en compte l'effet de l'arbitraire des échelles de renormalisation, de factorisation et éventuellement de fragmentation. La variation des échelles est tradionnellement comprise entre 0,5 à 2 fois "l'échelle dure" du processus considéré. On laisse au lecteur le soin de réfléchir à ce qu'on appelle "échelle dure" dans un processus donné et de trouver une explication pourquoi l'incertitude théorique estimée ne prend en compte qu'une variation d'un facteur 4 de cette échelle !

16. Chi Linh Nguyen, thèse de doctorat, LAPTh, Université de Grenoble, https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00986981.