

## Chapitre 6

# Hadrons et quarks + ...

Jusque dans les années 1950 on pouvait croire que l'électron, le proton et le pion, découvert en 1947, étaient des constituants élémentaires de la matière. A partir des années 1960, de nombreuses résonances hadroniques ou hadrons furent découverts et on compte maintenant plus d'une centaine de mésons et plus d'une centaine de baryons (cf. Review of Particle Properties 2014). Un si grand nombre d'états hadroniques ne peuvent évidemment pas tous être élémentaires. Pour essayer d'établir un certain ordre dans l'accumulation des données expérimentales, deux approches complémentaires ont été suivies.

La première a consisté à classer les hadrons c'est à dire à en faire la spectroscopie. L'échelle d'énergie caractéristique associée est de l'ordre de la masse des hadrons, soit approximativement le GeV. En 1964, Gell-Mann<sup>1</sup> et Zweig<sup>2</sup> suggérèrent indépendamment que les hadrons étaient en fait composés de constituants plus fondamentaux : les quarks. Le modèle des quarks était alors plus une méthode de classification des hadrons qu'un modèle dynamique capable de décrire les interactions entre hadrons. Peu avant que le modèle des quarks ait été proposé, Gell-Mann<sup>3</sup> et Ne'eman<sup>4</sup> avaient indépendamment montré que les hadrons pouvaient être classés dans des représentations irréductibles du groupe de symétrie SU(3). Ainsi les mésons appartenaient à la représentation singulet **1** ou octet **8** tandis que les baryons appartenaient à la représentation **8** ou décuplet **10** de SU(3). Le modèle des quarks est une réalisation explicite de la symétrie SU(3) de saveur.

L'autre approche a consisté à faire des expériences de diffusion aux plus hautes énergies possibles pour casser le hadron et libérer ses constituants, s'ils existent. C'est ce qui a conduit au modèle des partons de J.D. Bjorken<sup>5</sup> et R.P. Feynman<sup>6</sup>, formulé en 1969-1972, faisant suite à la découverte, en 1968, de la structure granulaire du proton dans la diffusion *électron-proton* à l'accélérateur linéaire du SLAC par Friedman, Kendall, Taylor et al.<sup>7</sup>.

---

1. M. Gell-Mann Phys. Lett. **8** (1964) 214.

2. G. Zweig, pré-tirage CERN-TH-412 (1964) ; cet article a été refusé à la publication.

3. M. Gell-Mann Phys. Rev. **125** (1962) 1067.

4. Y. Ne'eman Nuc. Phys. **26** (1961) 222.

5. J. D. Bjorken, Phys. Rev. **179** (1969) 1547.

6. R.P. Feynman, Photon-hadron interactions, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, Reading, Massachusetts, 1972.

7. E. D. Bloom et al., Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 930 ; M. Breidenbach et al., *ibid.* 935.

## 6.1 Spectroscopie et modèle des quarks

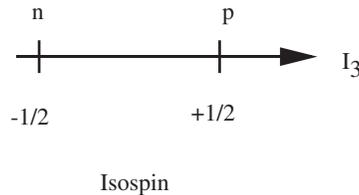
Considérons d'abord le système plus simple du proton et du neutron. On les distingue essentiellement par leurs propriétés électromagnétiques puisqu'ils subissent la même interaction forte et qu'ils ont presque la même masse.

### • L'isospin

Pour "comprendre" ceci Heisenberg a introduit la notion d'**isospin** et a considéré que le proton et le neutron étaient les deux membres d'un même doublet (**2**) d'isospin :

$$\begin{aligned} p &\equiv (I = \frac{1}{2}; I_3 = +\frac{1}{2}) && \text{isospin "up",} && \text{proton} \\ n &\equiv (I = \frac{1}{2}; I_3 = -\frac{1}{2}) && \text{isospin "down",} && \text{neutron} \end{aligned}$$

Du point de vue des interactions fortes le proton et le neutron apparaissent comme une seule et même particule, le nucléon d'isospin  $I = \frac{1}{2}$ , leur seule différence étant la charge électrique. Ceci est en analogie formelle avec la notion de spin où une particule de spin  $s = \frac{1}{2}$  a deux états de polarisation  $s_3 = \pm \frac{1}{2}$ . Ceci est illustré par le diagramme



Pour former le noyau des atomes on combine protons et neutrons et les règles pour obtenir l'isospin d'un système à plusieurs nucléons sont analogues à celles utilisées pour additionner le spin. En particulier,  $I_3$  est un nombre quantique additif. Ainsi pour un système de deux nucléons on a

$$\left. \begin{aligned} (pp) &\equiv (I = 1; I_3 = 1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np) &\equiv (I = 1; I_3 = 0) \\ (nn) &\equiv (I = 1; I_3 = -1) \end{aligned} \right\} \text{ triplet (**3**) d'isospin}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np) \equiv (I = 0; I_3 = 0) \text{ singulet (**1**) d'isospin}$$

### • Le groupe SU(2)

En langage mathématique on dit que le proton et le neutron appartiennent à la représentation fondamentale du groupe de symétrie SU(2). Les deux éléments de cette représentation sont dénotés

$$\zeta^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ pour le proton et } \zeta^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ pour le neutron,}$$

et l'action d'un élément du groupe sur la représentation fondamentale est donnée par

$$U(\theta_i) = e^{-i\theta_i \frac{\sigma_i}{2}}, \quad i = 1, 2, 3$$

où les générateurs  $\sigma_i$  sont les matrices de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

qui satisfont

$$\left[ \frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2} \right] = i\epsilon_{ijk} \frac{\sigma_k}{2}.$$

Le tenseur  $\epsilon_{ijk}$  est totalement antisymétrique avec  $\epsilon_{123} = 1$ . Les  $\theta_i$ , introduits plus haut, sont des nombres réels. L'opérateur d'isospin  $I_3$  est donc représenté par  $I_3 = \frac{\sigma_3}{2}$  puisque

$$I_3 \zeta^1 = \frac{1}{2}\zeta_1, \quad I_3 \zeta^2 = -\frac{1}{2}\zeta^2$$

en accord avec les nombres quantiques  $I_3$  assignés au proton et au neutron. On peut remarquer que la matrice  $U(\theta_i)$  est unitaire ( $U^\dagger U = 1$ ) puisque les matrices  $\sigma_i$  sont hermitiennes ( $\sigma_i = \sigma_i^\dagger$ ). Les transformations du groupe préservent donc la forme  $\zeta^\dagger \zeta$ . De plus, puisque  $\det U(\theta_i) = 1$  on a affaire au groupe  $SU(2)$  et non  $U(2)$ .

Les représentations d'ordre supérieur sont construites comme produits tensoriels de représentations fondamentales. Ainsi la collection des éléments  $\zeta^i \zeta^j$  peut être décomposée en

$$\zeta^i \zeta^j = \zeta^{\{ij\}} + \zeta^{[ij]}$$

où  $\{ij\}$  ( $[ij]$ ) dénote respectivement la symétrisation (l'antisymétrisation) sur les indices  $ij$ . On peut facilement montrer que les propriétés de symétrie et d'antisymétrie sont préservées par l'action d'un élément du groupe et qu'aucun sous-ensemble des  $\zeta^{\{ij\}}, \zeta^{[ij]}$  n'est invariant sous l'action du groupe : on dit que les  $\zeta^{\{ij\}}$  et  $\zeta^{[ij]}$  sont des représentations irréductibles du groupe  $SU(2)$ . L'équation ci-dessus signifie simplement que le produit de deux représentations fondamentales se décompose en somme directe de deux représentations irréductibles que l'on écrit

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{3} \oplus \mathbf{1}$$

où l'on caractérise chaque représentation  $\mathbf{n}$  par le nombre d'éléments  $n$  qu'elle contient. Ainsi, la représentation symétrique a 3 éléments et la représentation antisymétrique un seul élément qui est donc invariant sous l'action du groupe ( $I = 0$ ). On peut généraliser la construction ci-dessus et écrire, par exemple,

$$\begin{aligned} \mathbf{2} \otimes \mathbf{2} \otimes \mathbf{2} &= (\mathbf{3} \oplus \mathbf{1}) \otimes \mathbf{2} \\ &= \mathbf{4} \oplus \mathbf{2} \oplus \mathbf{2} \end{aligned}$$

La représentation  $\mathbf{4}$  est composée des éléments totalement symétriques  $\zeta^{\{ijk\}}$  alors que chacune des représentations  $\mathbf{2}$  est de symétrie mixte, composée respectivement des éléments  $\zeta^{\{[ij]k\}}$  et  $\zeta^{\{ij\}k}$ .

### • L'étrangeté

Parmi tous les hadrons apparaissant dans la table des particules certains ont un temps de vie "extrêmement" long : par exemple le baryon  $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$  avec un temps de vie  $\tau \sim 10^{-10}$  sec est à contraster avec le baryon  $\Delta(1232)$ , de masse similaire, qui se désintègre aussi en  $n\pi$  avec une largeur de l'ordre de  $\Gamma = 100\text{MeV}$ , soit un  $\tau \sim 10^{-23}$  sec (on rappelle  $\tau = \hbar/\Gamma = 0,67 \cdot 10^{-23}[\text{MeVsec}]/\Gamma[\text{MeV}]$ ) qui est une valeur typique pour une résonance hadronique. De même le méson  $K$ , de masse 494 MeV, a un temps de vie  $\tau \sim 10^{-8}$  sec qui est à comparer avec celui du méson  $\rho(770)$ , par exemple, qui est  $\tau \sim 10^{-23}$  sec. Ces particules sont cependant produites en paires avec une section efficace typique des interactions fortes : ainsi la réaction  $\pi p \rightarrow K\Sigma$  a une

section efficace du même ordre de grandeur que  $\pi p \rightarrow \rho \Delta$ . Pour décrire ce phénomène, Gell-Mann et Nishijima introduisirent, indépendamment, un nouveau nombre quantique additif, l'**étrangeté**. Toutes les observations expérimentales pouvaient "se comprendre" si l'on supposait que l'étrangeté était une symétrie exacte des interactions fortes (ainsi que des interactions électromagnétiques) c'est-à-dire que le nombre quantique d'étrangeté était conservé lors d'un processus d'interactions fortes. On a assigné l'étrangeté

$$\begin{aligned} S = 0 & \quad \text{à } \pi, \rho, \dots, N, \Delta, \dots \quad (\text{particules ordinaires}) \\ S = 1 & \quad \text{à } K^+, K^0 \\ S = -1 & \quad \text{à } \Lambda, \Sigma^\pm, \Sigma^0 \end{aligned}$$

Les antiparticules ont l'étrangeté  $-S$  de la particule. Ainsi les réactions  $\pi^- p \rightarrow K^+ \Sigma^-$  et  $K^- p \rightarrow K^0 n$  qui ont une étrangeté  $S = 0$  ou  $-1$  respectivement sont des processus d'interactions fortes normaux. En revanche les désintégrations  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^-$  ou  $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$  violent la conservation d'étrangeté et ne sont donc pas des processus d'interactions fortes : le taux de désintégration est alors très petit (caractéristiques des interactions faibles) correspondant à un temps de vie très long.

Avec ce nouveau nombre quantique additif à notre disposition, l'idée a alors été d'élargir le groupe de symétrie SU(2) d'isospin. Un candidat "naturel" était SU(3).

### • Le groupe SU(3)

La représentation fondamentale du groupe SU(3) est un triplet **3** d'éléments dénotés

$$\zeta^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \zeta^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \zeta^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Les éléments du groupe agissant sur cette représentation fondamentale sont paramétrés par les matrices  $3 \times 3$

$$U(\theta_j) = e^{-i\theta_j \frac{\lambda_j}{2}} \quad j = 1, \dots, 8; \quad \theta_j \quad \text{paramètres réels.}$$

Les huit matrices  $3 \times 3$  de Gell-Mann,  $\lambda_j$ , sont pour le groupe SU(3) l'équivalent des matrices de Pauli du groupe SU(2). Elles satisfont les relations d'anticommutation

$$\left[ \frac{\lambda_i}{2}, \frac{\lambda_j}{2} \right] = i f_{ijk} \frac{\lambda_k}{2}$$

où les constantes de structure  $f_{ijk}$  du groupe sont totalement antisymétriques sur les indices. Il peut être intéressant d'avoir la forme explicite de certaines matrices  $\lambda_j$ . Ainsi

$$\lambda_j = \begin{pmatrix} \sigma_j & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, 3; \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

On peut construire les représentations d'ordre plus élevé par produit tensoriel de la représentation fondamentale,

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6} \oplus \bar{\mathbf{3}}$$

où la représentation  $\mathbf{6}$  est totalement symétrique et la représentation  $\bar{\mathbf{3}}$  est la représentation conjuguée de la représentation fondamentale (l'action du groupe sur les éléments de la représentation conjuguée est paramétrée par les matrices  $U(\theta_i)^*$ ). On a de plus

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

et

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

où la représentation  $\mathbf{10}$  est totalement symétrique et la représentation singulet  $\mathbf{1}$  est totalement antisymétrique.

On a observé que tous les mésons pouvaient être classés dans les représentations octet et singulet, c'est-à-dire dans des représentations irréductibles construites à partir du produit  $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}}$  tandis que tous les baryons appartenaient à des octets ou des décuplets qui peuvent être construits à partir du produit  $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$ . Aucun hadron n'apparaissait comme membre de la représentation fondamentale. Ces observations ont conduit Gell-Mann et Zweig à introduire les quarks comme éléments de la représentation fondamentale de  $SU(3)$  et à construire les hadrons à partir des quarks. C'est ce que l'on appelle la symétrie  $SU(3)$  de saveur où la saveur dénote ici l'isospin et l'étrangeté. Nous ne parlerons pas des saveurs lourdes telles que le charme, la beauté, le "top" pour lesquelles on peut introduire le groupe  $SU(4)$ , ....

• **Le modèle des quarks de Gell-Mann et Zweig.**

On introduit trois quarks<sup>8</sup> avec les nombres quantiques suivants :

quark	saveur	spin	I	$I_3$	S	B	Y	Q
u	up	1/2	1/2	1/2	0	1/3	1/3	2/3
d	down	1/2	1/2	-1/2	0	1/3	1/3	-1/3
s	étrange	1/2	0	0	-1	1/3	-2/3	-1/3

Le nombre quantique baryonique  $B$  est additif et a pour valeur

- $B = 0$  pour les mésons (résonances hadroniques de spin entier ou nul),
- $B = 1$  pour les baryons (résonances de spin  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ , ...)
- $B = -1$  pour les antibaryons.

Il est introduit pour "expliquer" pourquoi le nucléon et plus généralement les baryons ne se désintègrent pas en pions. On a également l'**étrangeté**  $S$  et l'**hypercharge**,  $Y$ , qui n'est pas un nombre quantique indépendant puisqu'elle satisfait :

$$Y = B + S$$

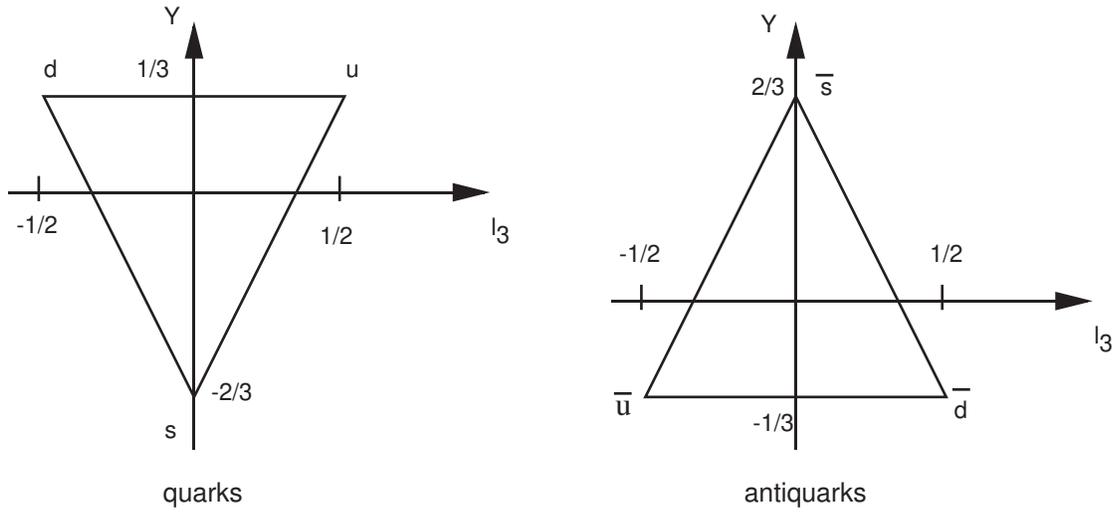
de sorte qu'avec le choix  $B = \frac{1}{3}$  pour les quarks la somme de l'hypercharge des membres du triplet de quarks est nulle. Finalement la charge est reliée aux autres nombres quantiques par

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}.$$

Dans le plan d'isospin et d'hypercharge, les triplets de quarks et d'antiquarks ont la représentation

---

8. Zweig les appelait les as.



En termes des éléments de la représentation fondamentale de SU(3) on fait l'identification suivante :

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

et les générateurs d'isospin  $I_3$  et d'hypercharge sont les matrices diagonales,

$$I_3 = \frac{\lambda_3}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{pmatrix}, Y = \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$$

de telle sorte que

$$\begin{aligned} I_3 u &= \frac{1}{2}u & , & \quad Y u = \frac{1}{3} u \\ I_3 d &= -\frac{1}{2}d & , & \quad Y d = \frac{1}{3} d \\ I_3 s &= 0 & , & \quad Y s = -\frac{2}{3} s \end{aligned}$$

en accord avec les nombres quantiques assignés aux quarks dans le tableau ci-dessus. Les antiquarks, dénotés  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{s}$  appartiennent à la représentation conjuguée  $\bar{\mathbf{3}}$  et, écrits comme vecteurs lignes, se transforment sous l'action de  $U^\dagger$  à droite.

• **Les hadrons**

Ils sont composés de quarks et d'antiquarks de sorte que leur charge et leur nombre baryonique aient des valeurs entières.

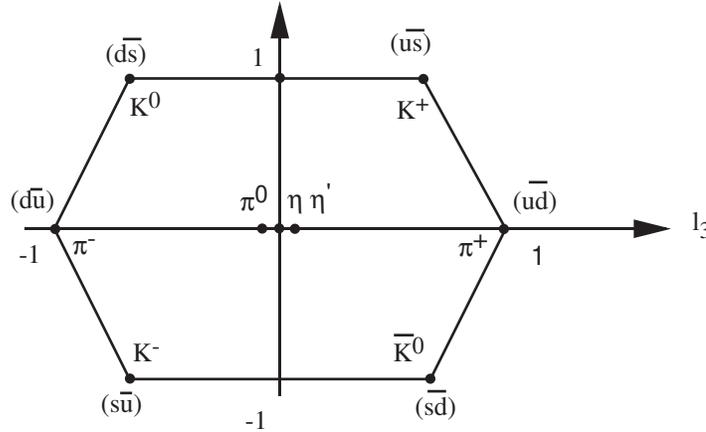
Les mésons, qui ont un nombre baryonique nul ( $B = 0$ ) sont des états liés quark-antiquark, soit

$$M = (q_i \bar{q}_j) \quad i, j = u, d, s...$$

Ils appartiennent donc aux représentations irréductibles  $\mathbf{8}$  et  $\mathbf{1}$  de  $SU(3)|_{\text{saveur}}$  puisque

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}.$$

Le "nonet" ( $\mathbf{8} + \mathbf{1}$ ) de mésons a dans le plan  $(I_3, Y)$  la représentation suivante



Le nonet du  $\pi$  (pseudoscalaire de spin<sup>parité</sup>  $J^P = 0^-$ )

Il y a trois états neutres c'est-à-dire des états avec  $I_3 = Y = 0$  :

1. le singulet dont la fonction d'onde s'écrit

$$\mathbf{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

Cet état est invariant sous l'action du groupe  $SU(3)$  et c'est donc aussi un singulet d'isospin,  $I = 0$ .

2. deux membres de l'octet, l'un d'isospin  $I = 1$ , de fonction d'onde  $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$  que l'on identifie au  $\pi^0$ , l'autre, d'isospin  $I = 0$ , avec la fonction d'onde  $\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ .

La symétrie  $SU(3)|_{\text{saveur}}$  n'étant en fait pas une symétrie exacte (elle est brisée en particulier par les termes de masse des quarks  $m_d \sim m_u \neq m_s$ ) les deux états avec  $I = 0$  de l'octet et du singulet se mélangent pour former les mésons  $\eta$  et  $\eta'$ .

On peut classer de cette façon les mésons vecteurs ( $J = 1$ ) associés au méson  $\rho$  (nonet du  $\rho$ ) et, prenant en compte le moment angulaire orbital entre les quarks et antiquarks, classer en principe tous les mésons. Il est amusant de constater que le modèle des quarks exclut les états avec les nombres quantiques  $J^{PC} = 0^{+-}, 0^{--}$  et  $1^{-+}$  (parité  $P$ , conjugaison de charge  $C$ ) pour lesquels il n'existe toujours pas "d'évidence expérimentale" certaine (cf. table de classification des mésons).

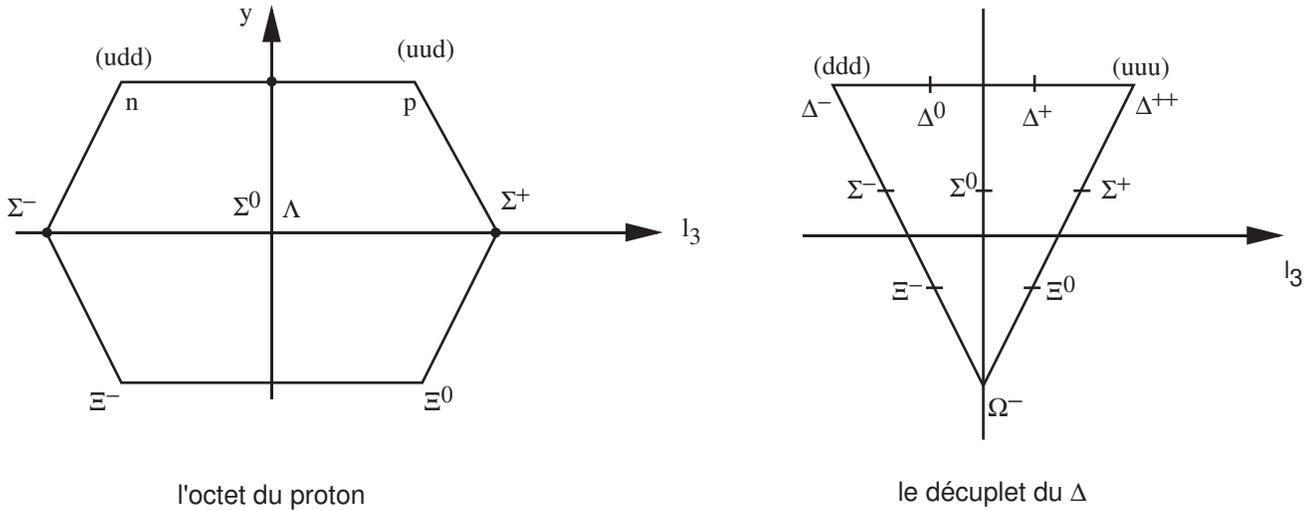
Les baryons, de nombre quantique baryonique 1, sont constitués de trois quarks

$$B = (q_i q_j q_k) \quad i, j, k = u, d, s \dots$$

et du point de vue des représentations on rappelle

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} + \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

Il n'existe pas de baryons correspondant à la représentation  $\mathbf{1}$  totalement antisymétrique. L'octet du proton ( $J = \frac{1}{2}$ ) et le décuplet du  $\Delta$  ( $J = \frac{3}{2}$ ) ont la composition suivante



Il est à noter que le baryon  $\Omega = (sss)$  a été prédit par le modèle des quarks avant sa découverte expérimentale.

• **La couleur**

L'exemple du décuplet permet d'illustrer de façon simple un problème fondamental du modèle des quarks tel que décrit ci-dessus. Considérons, par exemple, la particule  $\Delta^{++} = (uuu)$  et plus précisément le  $\Delta^{++}$  en un état de spin  $s_z = \frac{3}{2}$  (chaque quark a son spin orienté vers le haut, ce que l'on écrit dans le modèle

$$\Delta^{++}(s_z = \frac{3}{2}) = (u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow)$$

et la fonction d'onde du  $\Delta^{++}$  est symétrique par échange de deux quarks, en contradiction avec la statistique de Fermi-Dirac qui demande que la fonction d'onde soit antisymétrique. Pour résoudre ce problème, on introduit un nouveau nombre quantique, la couleur<sup>9</sup>. Chaque quark existe en trois variétés de couleurs  $i = R, G, B$  de sorte que l'on a

$$u = \begin{pmatrix} u_R \\ u_G \\ u_B \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix} \quad s = \begin{pmatrix} s_R \\ s_G \\ s_B \end{pmatrix}$$

A ce nouveau nombre quantique est associé le groupe de symétrie de couleur SU(3), quelquefois dénoté SU(3)<sub>c</sub> pour le distinguer de la symétrie SU(3) de saveur opérant sur les  $u, d, s$ . Chaque quark est donc un triplet de couleur et on postule que les hadrons sont des **1** de couleur (les hadrons sont incolores) c'est à dire que leur fonction d'onde est invariante sous l'action d'un élément du groupe<sup>10</sup>.

9. H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler, Phys. Lett. **47B** (1973) 365.

10. Avant l'hypothèse de couleur à la Fritzsch/Gell-Mann/Leutwyler, O. W. Greenberg avait introduit les quarks comme parafermions d'ordre 3 (Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 598); un peu plus tard, M.Y. Han et Y. Nambu ont proposé un modèle à trois triplets de quarks de charge entière fondé sur une double symétrie SU(3) (Phys. Rev. **139** (1965) B1006); en Union Soviétique le nombre quantique de couleur avait été proposé indépendamment par N. N. Bogoliubov, B. Struminsky et A. Tavkhelidze, in High Energy Physics and Elementary Particles, IAEA, Vienna (1965).

Ainsi la fonction d'onde du  $\Delta^{++}$  est :

$$\begin{aligned}\Delta^{++} &= \frac{1}{\sqrt{6}} u_i^\uparrow u_j^\uparrow u_k^\uparrow = \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left( u_R^\uparrow u_G^\uparrow u_B^\uparrow - u_R^\uparrow u_B^\uparrow u_G^\uparrow + u_B^\uparrow u_R^\uparrow u_G^\uparrow - u_B^\uparrow u_G^\uparrow u_R^\uparrow + u_G^\uparrow u_B^\uparrow u_R^\uparrow - u_G^\uparrow u_R^\uparrow u_B^\uparrow \right)\end{aligned}$$

qui est antisymétrique sous la permutation de deux éléments. De manière générale, la fonction d'onde du baryon est construite de façon qu'elle soit totalement antisymétrique dans l'espace des couleurs mais totalement symétrique en ce qui concerne le moment orbital  $\otimes$  spin  $\otimes$  saveur. On "comprend" aussi qu'il n'existe pas de baryon dans la représentation  $\mathbf{1}$  de saveur, associé à l'octet du proton et au décuplet du  $\Delta$ , car sa fonction d'onde serait globalement symétrique, puisqu'antisymétrique à la fois dans l'espace des couleurs et des saveurs.

Les mésons sont aussi des singulets de  $SU(3)_c$ , et leur fonction d'onde s'écrit, du point de vue de la couleur

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_i^3 \bar{q}_i q'_i = \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{q}_R q'_R + \bar{q}_G q'_G + \bar{q}_B q'_B)$$

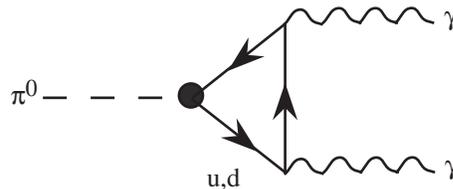
Les règles ci-dessus "expliquent" pourquoi il n'existe pas d'états hadroniques ( $qq$ ) ou ( $qq\bar{q}$ ) puisqu'ils ne sont pas des  $\mathbf{1}$  de couleur, mais n'exclut pas l'existence de mésons ( $qq\bar{q}\bar{q}$ ) (tetraquarks) ou de baryons ( $qqq\bar{q}\bar{q}$ ) (pentaquarks). Ces états "exotiques" auraient des signatures particulières : mésons doublement chargés, baryons triplement chargés ou avec des nombres quantiques interdits par le modèle :  $J^{PC} = 0^{+-}, 0^{-+}$  et  $1^{-+}$ . La recherche de ces états fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques mais la situation est en constante évolution, certaines résonances observées dans une expérience n'étant pas vues dans une autre<sup>11</sup>.

On reviendra dans le chapitre consacré à QCD sur le choix de  $SU(3)$  plutôt que  $U(3)$  ou  $O(3)$  comme groupe de couleur (sec. 7.7).

Si la couleur est nécessaire pour la cohérence interne du modèle des quarks elle est aussi nécessaire du point de vue expérimental comme on peut le voir sur l'exemple suivant et comme on le verra dans les expériences à haute énergie telles que l'annihilation  $e^+ + e^- \rightarrow hadrons$ .

- **La désintégration  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$**

Le diagramme correspondant à ce processus est



11. Cependant la collaboration LHCb au CERN a récemment annoncé la découverte non ambiguë de deux états pentaquarks,  $P_c(4380)$  et  $P_c(4450)$ , respectivement de spin  $3/2$  et  $5/2$ ; R. Aaij *et al.*, *Observation of  $J/\psi p$  resonances consistent with pentaquark states in  $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$  decays*, Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 072001.

Comme la fonction d'onde du  $\pi^0 \sim u\bar{u} - d\bar{d}$ , l'élément de matrice est de la forme

$$\mathcal{M}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \sim (e_u^2 - e_d^2)N$$

où  $e_u, e_d$  sont la charge des quarks et  $N = 3$  le nombre de couleurs. Le calcul complet donne

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{m_\pi^3}{8\pi f_\pi} (N(e_u^2 - e_d^2))^2$$

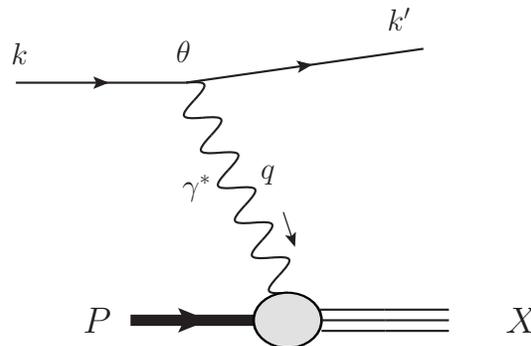
où  $f_\pi \approx 93$  MeV est la constante de désintégration du pion (mesurée dans la voie  $\pi \rightarrow \mu\nu$ ) qui est une mesure du facteur de forme de la transition  $\pi^0$  en  $q\bar{q}$ . La charge des quarks apparaît au carré dans l'élément de matrice car la boucle de quark se couple à deux photons et le facteur  $N$  est nécessaire pour prendre en compte la somme sur toutes les couleurs possibles des quarks dans la boucle. Pour  $N = 3$  on trouve un bon accord avec le résultat expérimental alors que l'absence de couleur ( $N = 1$ ) aurait conduit à un résultat 9 fois trop petit.

## 6.2 La diffusion profondément inélastique (DIS).

L'observation que les hadrons ne sont pas élémentaires mais composés de constituants "plus petits" vient aussi des processus de diffusion à haute énergie : comme on le sait, par les relations de Heisenberg, les hautes énergies sont équivalentes aux courtes distances et permettent d'explorer la matière aux petites échelles de longueur. Historiquement, l'expérience qui a joué un rôle fondamental est la diffusion profondément inélastique du nucléon (Deep Inelastic Scattering : DIS) années 1960. Le processus considéré est :

$$e^- N \rightarrow e^- X \text{ (ou } \mu^- N \rightarrow \mu^- X)$$

où  $N$  est un nucléon et  $X$  un système hadronique non détecté. En diagramme, nous avons :



Le photon virtuel émis par l'électron (ou le muon) est absorbé par le nucléon qui se casse en de nombreux hadrons. Cette expérience a été faite dans plusieurs laboratoires (SLAC, CERN, FERMILAB) sur des cibles fixes et plus récemment au collisionneur HERA électron-proton et positon-proton du laboratoire DESY à Hambourg dont les derniers résultats par les collaborations H1 et ZEUS ont été publiés en 2010. Les domaines d'énergie couverts sont typiquement :

SLAC	$E_{e^-} \simeq$ quelques GeV	, $N$ au repos	$\sqrt{s_{eN}} \sim 5$ GeV	1968
CERN	$E_\mu \simeq 100$ GeV	, $N$ au repos	$\sqrt{s_{eN}} \sim 15$ GeV	
FERMILAB	$E_\mu \simeq 300$ GeV	, $N$ au repos	$\sqrt{s_{eN}} \sim 25$ GeV	
HERA	$E_{e^-} \simeq 27$ GeV	, $E_p \simeq 820$ GeV	$\sqrt{s_{ep}} \sim 300$ GeV	2010

### 6.2.1 Cinématique de la diffusion lepton-nucléon

Du point de vue expérimental, on n'observe que le lepton sortant à haute énergie et on ne regarde pas les détails du système hadronique. Dans le référentiel du laboratoire on a les impulsions suivantes pour les différentes particules en jeu :

nucléon, N	$P = (M, \vec{0})$
$e^-$ entrant,	$k = (\omega, 0, 0, k) \simeq (\omega, 0, 0, \omega)$ , $\omega \gg m$ , masse du lepton
$e^-$ sortant,	$k' = (\omega', \omega' \sin \theta, 0, \omega' \cos \theta)$
photon virtuel,	$q = (\omega - \omega', -\omega' \sin \theta, 0, \omega - \omega' \cos \theta)$ , impulsion du transfert,

où  $\theta$  est l'angle de diffusion du lepton. On utilise habituellement les variables suivantes :

$$\begin{aligned}
 Q^2 = -q^2 &= 4\omega\omega' \sin^2 \frac{\theta}{2}, & \text{carré de l'impulsion de transfert} \\
 \nu = \omega - \omega', & & \text{énergie du } \gamma^* \text{ dans le laboratoire} \\
 \boxed{y = \frac{2Pq}{2Pk} = \frac{\nu}{\omega}}, & & \text{fraction d'énergie de } e^- \text{ transférée au système hadronique} \quad (6.2.1) \\
 \boxed{x = \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu}}, & & \boxed{\text{variable de Bjorken, sans dimension}}
 \end{aligned}$$

La variable de Bjorken joue un rôle très important dans l'analyse des données de l'inélastique profond et elle aura une signification physique dans le cadre du modèle des partons. On peut alors écrire, pour la collision  $\gamma^* N \rightarrow X$ ,

$$M_X^2 = (P + q)^2 = M^2 + Q^2 \frac{(1-x)}{x}$$

On observe que puisque  $M_X^2 > M^2$  (le nucléon étant le plus léger des baryons), on a nécessairement

$$0 \leq x \leq 1,$$

le cas  $x = 1$  étant celui de la diffusion élastique. On a aussi la contrainte  $0 < y < 1$ .

On va considérer le cas où  $\nu$ , l'énergie du photon virtuel dans le laboratoire, et  $Q^2$ , la virtualité du photon, sont grandes, telles que  $x = Q^2/2M\nu$  fini soit  $\neq 0, 1$ . Cela correspond également à une grande énergie invariante  $M_X$  du système photon-hadron. Pourquoi cette limite est-elle intéressante? D'après les relations de Heisenberg on a

$$\Delta l \sim \frac{0,2 \text{ GeV fm}}{|\vec{q}| [\text{GeV}]}$$

Si  $|\vec{q}|$  varie de  $\sim 2$  à  $\sim 200$  GeV, alors  $\Delta l$  varie de  $\sim 10^{-1}$  à  $\sim 10^{-3}$  fermi, à comparer à la dimension du proton qui est d'environ 1 fermi =  $10^{-15}$  mètre. Dans cette limite, à haute énergie, le photon a un grand pouvoir de résolution et sert donc à explorer la structure du proton. On peut aussi estimer le temps d'interaction dans le laboratoire qui est de l'ordre de :

$$\Delta t \sim \frac{6,6 \cdot 10^{-25} \text{ GeV sec}}{\nu [\text{GeV}]}, \quad \nu \text{ énergie du } \gamma^*,$$

soit  $\Delta t \sim 3,3 \cdot 10^{-27}$  seconde pour  $\nu \sim 200$  GeV. La limite "profondément inélastique" est définie par

$$Q^2 \rightarrow \infty$$

$$2M\nu = 2P \cdot q \rightarrow \infty \text{ de telle sorte que } x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \text{ fini, } \neq 0, 1,$$

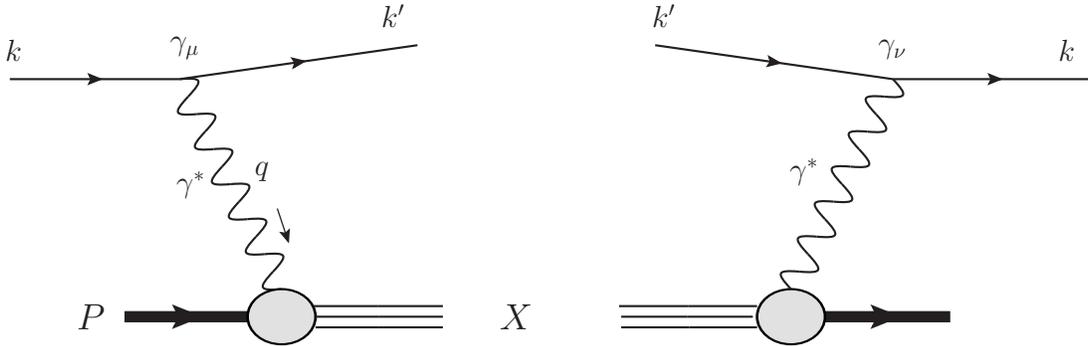
aussi appelée limite de Bjorken.

### 6.2.2 Dynamique

La section efficace totale de la diffusion  $e^- N \rightarrow e^- X$  est

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{4P \cdot k} \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2\omega'} \frac{d^4 P_X}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P + q - P_X) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{4P \cdot k} \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^2 2\omega'} \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2 \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

où  $\overline{\sum} |\mathcal{M}|^2$  est le carré de l'élément de matrice de la transition  $e^- N \rightarrow e^- X$ , sommé sur tous les états  $X$  et intégré sur l'impulsion du lepton final ainsi que sur la masse et l'impulsion du système  $X$ . La variable d'intégration est  $d^4 P_X$  plutôt que le traditionnel  $d^3 P_X / (2E_X)$  puisque la masse du système  $X$  n'est pas fixée (on rappelle  $d^3 P_X / (2E_X) = d^4 P_X \delta(P_X^2 - M_X^2) \theta(E_X)$ ). Enfin,  $1/4P \cdot k$  est le facteur de flux (on néglige la masse des particules initiales). Le carré de l'élément de matrice est représenté par



et on l'écrit sous forme factorisée,

$$\overline{\sum}_{spin} |\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{(Q^2)^2} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \quad (6.2.3)$$

Le facteur  $e^4$  est conventionnel. L'interaction photon-lepton  $L^{\mu\nu}$  est connue et par application des règles de QED on a, supposant  $m_{lept} = 0$ ,

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr(\not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) = 2(k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - k \cdot k' g^{\mu\nu}) \quad (6.2.4)$$

qui est un tenseur symétrique en  $\mu$  et  $\nu$ . Le propagateur du photon contribue un facteur  $1/(Q^2)^2$  au carré de l'élément de matrice. L'interaction photon-hadron, en revanche, est inconnue et on va donc la paramétrer. Après sommation sur les spins et prise en compte de la contrainte  $P_X = P + q$ ,

$W^{\mu\nu}$  ne dépend plus que des impulsions  $P, q$ . Le tenseur le plus général que l'on peut construire est le suivant :

$$W^{\mu\nu}(P, q) = V_1 g^{\mu\nu} + V_2 P^\mu P^\nu + V_3 (q^\mu P^\nu + q^\nu P^\mu) + V_4 (q^\mu P^\nu - q^\nu P^\mu) + V_5 q^\mu q^\nu + V_6 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} P_\rho q_\sigma \quad (6.2.5)$$

où les  $V_i$  sont des fonctions des invariants  $V_i(Q^2, P.q, P^2)$  ( $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  est le tenseur totalement antisymétrique défini par  $\epsilon^{0123} = 1$ ). La conservation du courant impose les contraintes  $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$ , ce qui implique que les coefficients des vecteurs  $q^\mu, P^\mu$  dans les équations ci-dessus soient nuls, d'où :

$$\begin{aligned} (V_1 + V_3 P.q + V_4 P.q + V_5 q^2) q^\mu + (V_2 P.q + V_3 q^2 - V_4 q^2) P^\mu &= 0, \\ (V_1 + V_3 P.q - V_4 P.q + V_5 q^2) q^\nu + (V_2 P.q + V_3 q^2 + V_4 q^2) P^\nu &= 0. \end{aligned}$$

Comme  $P^\mu$  et  $q^\mu$  sont deux vecteurs indépendants, on aura :

$$V_4 = 0, \quad V_1 + V_3 P.q + V_5 q^2 = 0, \quad V_2 P.q + V_3 q^2 = 0, \quad (6.2.6)$$

ce qui implique deux fonctions indépendantes parmi les  $V_1, \dots, V_5$ . D'autre part  $V_6$  n'est pas contraint puisque  $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\nu P_\rho q_\sigma = 0$ , mais il ne contribuera pas à la convolution  $L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$  puisque  $L^{\mu\nu}$  est symétrique en  $\mu\nu$  et ce terme antisymétrique (terme de violation de la parité qui existe effectivement dans la diffusion  $\nu N \rightarrow eX$ , mais pas dans  $eN \rightarrow eX$ ). Il est traditionnel de paramétrer le tenseur hadronique par :

$$\boxed{W^{\mu\nu} = -2M W_1 \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{2W_2}{M} \left( P^\mu - \frac{P.q}{q^2} q^\mu \right) \left( P^\nu - \frac{P.q}{q^2} q^\nu \right)} \quad (6.2.7)$$

qui est la forme la plus générale pour l'amplitude  $W^{\mu\nu}$  qui (i) respecte la parité et (ii) l'invariance de jauge de QED. On a les relations suivantes entre les fonctions  $V_i$  et  $W_j$  :

$$W_1 = -\frac{V_1}{2M}, \quad W_2 = \frac{M}{2} V_2, \quad V_3 = -\frac{P.q}{q^2} V_2, \quad V_5 = \frac{(P.q)^2}{q^4} V_2 - \frac{V_1}{q^2}. \quad (6.2.8)$$

Les fonctions de structure  $W_1, W_2$  dépendent des scalaires  $Q^2, 2P.q, P^2 = M^2$  mais on choisit plutôt comme arguments  $x = Q^2/2P.q, Q^2, M^2$  et on écrit donc  $W_1(x, Q^2, M^2), W_2(x, Q^2, M^2)$ . On note que chacun des deux tenseurs composant  $W^{\mu\nu}$  satisfait à la condition  $q_\mu T^{\mu\nu} = 0$ . Contractant avec le tenseur leptonique on obtient :

$$\frac{e^4}{(Q^2)^2} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = \frac{e^4}{(Q^2)^2} 2M \left[ 2W_1 Q^2 + W_2 \left( \frac{4(P.k)(P.k')}{M^2} - Q^2 \right) \right], \quad (6.2.9)$$

avec  $k.q = -k'.q = -k.k' = q^2/2 = -Q^2/2$ . Dans le repère du laboratoire, on a donc ( $2P.k = 2M\omega, 2P.k' = 2M\omega'$ ) :

$$\frac{e^4}{(Q^2)^2} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 8M\omega\omega' \frac{e^4}{(Q^2)^2} \left( 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (6.2.10)$$

Reportant cette expression dans la section efficace lepton-proton éq. (6.2.2) on obtient :

$$\sigma = 2e^4 \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^2 2\omega'} \frac{\omega'}{(Q^2)^2} \left( 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (6.2.11)$$

d'où, avec  $|\vec{k}'| = \omega'$  et  $d^3k' = \omega'^2 d\omega' d \cos \theta d\varphi \rightarrow 2\pi\omega'^2 d\omega' d \cos \theta$  ( $|\mathcal{M}|^2$  ne dépend pas de  $\varphi$ ), on obtient la section efficace différentielle dans le repère du laboratoire :

$$\frac{d\sigma}{d\omega' d \cos \theta} = \frac{2\pi\alpha^2}{4\omega^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left( 2W_1(x, Q^2, M^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(x, Q^2, M^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

En utilisant  $dQ^2 d\nu = 2\omega\omega' d\omega' d \cos \theta$ , on peut écrire la section efficace différentielle comme

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{(Q^2)^2} \frac{\omega - \nu}{\omega} \left( 2W_1(x, Q^2, M^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(x, Q^2, M^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

**Remarques :**

- La dynamique de l'interaction  $\gamma^* N$  est entièrement contenue dans les fonctions  $W_1, W_2$ .
- La section efficace décroît quand  $\omega$  ou  $\theta$  augmente, ou de façon équivalente, quand  $Q, \nu$  augmente. Puisque la section efficace à mesurer est très petite il faudra des faisceaux de leptons à très haute luminosité pour obtenir des données à grands  $\omega, \theta \Leftrightarrow$  grands  $Q^2, \nu$ .
- à énergie initiale  $\omega$  fixée, en jouant sur  $\omega', \theta$  on fait varier  $x$  et  $Q^2$  et on peut extraire  $W_1(x, Q^2, M^2), W_2(x, Q^2, M^2)$  expérimentalement.
- les fonctions  $W_1, W_2$  ont la dimension de l'inverse d'une masse, en  $\text{GeV}^{-1}$  par exemple, puisque, si le symbole [...] dénote la dimension en unité de masse d'une quantité on a

$$\left[ \frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} \right] = \left[ \frac{1}{M^5} \right] = \left[ \frac{W_1}{M^4} \right] = \left[ \frac{W_2}{M^4} \right].$$

$MW_1, MW_2, \nu W_1, \nu W_2$  sont alors sans dimension. Ne considérant que les fonctions  $MW_1$  et  $\nu W_2$ , qui joueront un rôle plus bas, on peut les exprimer comme fonctions de variables sans dimension et on est en droit d'écrire

$$MW_1 \left( x, \frac{M^2}{Q^2} \right) = \mathcal{F}_1 \left( x, \frac{M^2}{Q^2} \right), \quad \nu W_2 \left( x, \frac{M^2}{Q^2} \right) = \mathcal{F}_2 \left( x, \frac{M^2}{Q^2} \right).$$

où  $MW_1$  et  $\nu W_2$  sont les notations historiques et  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{F}_2$  les notations modernes.

### 6.2.3 Résultats de l'expérience

L'expérience permet de mettre en évidence les deux faits importants suivants :

1.

$$\boxed{\nu W_2 \left( x, \frac{M^2}{Q^2} \right) \equiv \nu W_2(x)} \quad (6.2.12)$$

c'est-à-dire qu'il n'y a pas de dépendance explicite en  $Q^2$ , à l'intérieur des barres d'erreurs expérimentales (voir Fig. 6.1). C'est la propriété d'*invariance d'échelle*. On a même une invariance d'échelle précoce puisque cette propriété est vérifiée pour des valeurs de  $Q$  aussi petite que la masse du proton ( $\sim 1 \text{ GeV}$ ). Si on avait fait un modèle prenant en compte le rayon  $R$  du proton on aurait eu une dépendance du type  $\exp(-R^2 Q^2)$  qui n'est pas observée. Tout se passe donc comme si le photon virtuel était insensible à la taille du proton, en d'autres termes le photon virtuel qui a un pouvoir de résolution meilleur que  $10^{-1}$  fermi se couple à un constituant du proton, sans structure, sans dimension, plutôt qu'au proton.

2. La relation

$$\boxed{2MW_1(x) \equiv \frac{\nu W_2(x)}{x} = \frac{P.q W_2(x)}{Mx}} \quad (6.2.13)$$

est satisfaite expérimentalement (relation de Callan-Gross). Le dernière expression est simplement la forme invariante de  $\nu W_2(x)/x$ .

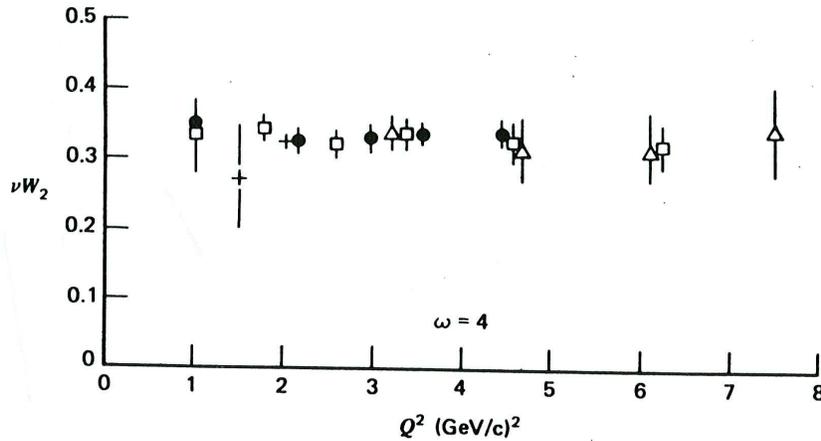


Figure 2.1: Résultats expérimentaux de SLAC montrant l'invariance d'échelle de la fonction  $\nu W_2$ .

FIGURE 6.1 – Résultats expérimentaux de SLAC en 1968, montrant l'invariance d'échelle de la fonction  $\nu W_2$  à la valeur de  $x = 1/\omega = 0,25$ .

Avant de montrer comment ces deux propriétés se comprennent dans le modèle des partons de spin  $\frac{1}{2}$ , il est utile d'étudier la section différentielle sous forme invariante de Lorentz ( $\Rightarrow$  dans un repère général). D'après (6.2.9) et (6.2.2), la section efficace s'écrit

$$\sigma = \frac{1}{4P.k} \frac{e^4}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3k'}{2\omega'} \frac{2M}{(Q^2)^2} \left( 2W_1 Q^2 + W_2 \left( \frac{4(k.P)(k'.P)}{M^2} - Q^2 \right) \right).$$

Introduisons les "variables de Mandelstam"  $s$ ,  $t$ ,  $u$  de la diffusion électron-proton,

$$\begin{aligned} (P+k)^2 &= s & 2k.P &= s - M^2 & 2k.q &= -Q^2 \\ (k-k')^2 &= t = -Q^2 & & & & \\ (P-k')^2 &= u & 2k'.P &= M^2 - u & 2k'.q &= Q^2, \end{aligned} \quad (6.2.14)$$

où l'on a systématiquement négligé la masse des leptons. Le coefficient de  $W_2$  devient

$$- \left( \frac{(s-M^2)(u-M^2)}{M^2} + Q^2 \right)$$

et, en utilisant la relation  $s+t+u = M_X^2 + M^2$ ,  $\Rightarrow s+u = Q^2/x + M^2 \sim Q^2/x$  quand  $Q^2 \rightarrow \infty$ , on trouve :

$$\boxed{\frac{\omega' d\sigma}{d^3k'} = \frac{\alpha^2}{s} \frac{2}{(Q^2)^2} \left\{ Q^2 (2MW_1 - \frac{W_2 P.q}{M x}) + \frac{W_2}{2M} (s^2 + u^2) \right\}.} \quad (6.2.15)$$

On remarque que le coefficient du terme en  $Q^2$  dans l'expression entre accolades n'est autre que la formulation sous forme invariante de  $2MW_1 - \nu W_2/x$  en terme des variables du laboratoire, qui est nul par l'expérience. On obtient donc

$$\boxed{\frac{\omega' d\sigma^{\text{exp}}}{d^3k'} = \frac{\alpha^2}{s} \frac{(s^2 + u^2)}{(Q^2)^2} \frac{W_2}{M}} \quad (6.2.16)$$

qui est l'expression sous forme invariante de la section efficace  $e^-N \rightarrow e^-X$  ou  $\mu^\pm N \rightarrow \mu^\pm X$  en tenant compte de la contrainte expérimentale (6.2.13).

**Note :** La forme invariante est nécessaire car le modèle des partons n'est pas formulé dans le repère du laboratoire mais dans le repère où  $P^0 = E_{\text{nucléon}} \rightarrow \infty$ .

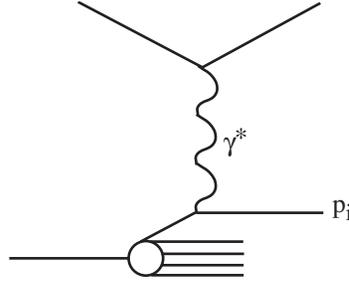
### 6.3 Le modèle des partons dans l'inélastique profond

Feynman a proposé de considérer le proton (ou le nucléon) comme composé de partons, qui sont des objets sans structure (ponctuels) dont les nombres quantiques sont a priori inconnus (spin, charge ...), mais qui doivent cependant former un objet de spin, charge, ... connus. On va donc supposer le proton composé de partons de type  $i$  portant chacun une impulsion  $p_i$  :

$$p_i = y_i P$$

avec  $\sum_i y_i = 1$  et  $P = (E, 0, 0, E) =$  impulsion du proton. Toute l'impulsion du proton est portée par les partons. On se place dans un repère où les composantes de  $P \rightarrow \infty$  et on négligera éventuellement les masses du proton et des partons.

Le postulat de base consiste à décrire l'interaction  $\gamma^*$ -hadron en termes d'interaction  $\gamma^*$ -parton puisque le photon très virtuel a un pouvoir de résolution très élevé et qu'il peut donc "voir" les constituants du proton. Ceci est symbolisé par le diagramme suivant où le photon virtuel est absorbé par le parton d'impulsion  $p_i$



On peut faire le raisonnement très, très, très intuitif (*à la russe*) suivant pour comparer la durée de l'interaction électromagnétique avec celle caractéristique de l'interaction qui lie les partons entre eux dans le proton :

- Le "temps de vie du photon virtuel" dans le repère d'énergie nulle est  $1/\sqrt{Q^2}$  et dans le repère du centre de masse photon-proton il peut être estimé à  $(q_0/\sqrt{Q^2})$  est le facteur de "boost" du repère du photon d'énergie nulle à celui du centre de masse) :

$$\Delta\tau_{\text{em}} \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}} \frac{q_0}{\sqrt{Q^2}} \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}},$$

où on a négligé un facteur multiplicatif fonction de  $x$  d'ordre 1.  $\Delta\tau_{\text{em}}$  peut être considéré comme le temps que dure l'interaction électromagnétique dans le repère du centre de masse  $\gamma^*$ -proton et  $\Delta\tau_{\text{em}} \rightarrow 0$ , quand  $\sqrt{Q^2} \rightarrow \infty$  ;

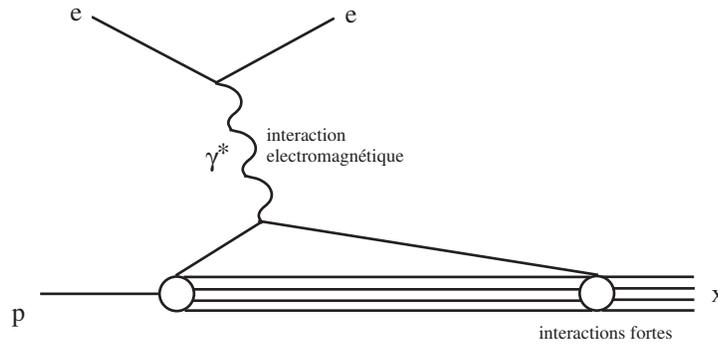
- Le temps caractéristique de l'interaction forte qui confine les partons dans le proton dans le repère au repos du proton est  $1/M$  ( $M$ , masse du proton est la seule échelle de masse-énergie !); dans le repère  $\gamma^*$ -proton, c'est donc :

$$\Delta\tau_{\text{int. forte}} \sim \frac{1}{M} \frac{E}{M} \sim \frac{\sqrt{Q^2}}{M^2}$$

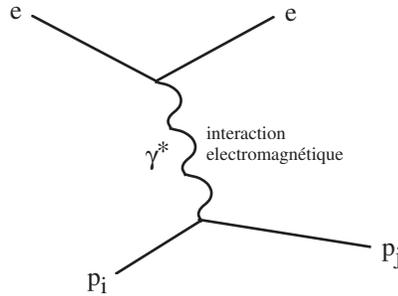
Si on compare les temps caractéristiques, on a :

$$\Delta\tau_{\text{em}} \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}} \ll \Delta\tau_{\text{int. forte}} \sim \frac{\sqrt{Q^2}}{M^2}.$$

On peut donc supposer que pendant le temps  $\Delta\tau_{\text{em}}$  que dure l'interaction  $\gamma^* p_i$ , on va pouvoir négliger l'interaction hadronique qui prend place sur une échelle de temps beaucoup plus grande : les partons apparaissent libres et indépendants. Bien après l'interaction électromagnétique, les partons se recombinent pour donner des hadrons avec une probabilité unité puisque l'on n'observe que des hadrons dans le système  $X$  comme indiqué par le diagramme suivant :



Les interactions fortes de confinement n'affectent pas l'interaction du  $\gamma^*$  avec le parton. Il suffira donc de calculer



et d'ajouter ensuite de façon incohérente les sections efficaces invariantes  $ep_i$  pour reconstituer la section efficace électron-proton.

### 6.3.1 Section efficace électron-parton

On va décomposer l'amplitude invariante de la manière suivante (cf. éq. 6.2.2) :

$$|\mathcal{M}|_{ep_i}^2 = \frac{e_i^2 e^4}{Q^4} L^{\mu\nu} \underbrace{\widehat{W}_{\mu\nu}}_{\text{interact. } \gamma^* \text{-parton}} .$$

où  $e_i$  est la charge du parton mesurée par rapport à celle du proton  $e$ . La charge de l'électron est prise égale à  $-e$ . On suppose pour le moment que les partons ont un spin  $\frac{1}{2}$  (certains partons doivent avoir un spin  $\frac{1}{2}$ , puisque le proton a  $S = \frac{1}{2}$ ). On suppose que l'interaction photon-parton est de la forme  $e_i e \gamma_\mu$  ce qui conduit à poser par analogie avec QED (éq. 6.2.4),

$$\widehat{W}_{\mu\nu} = 2(p_{i\mu} p'_{i\nu} + p_{i\nu} p'_{i\mu} - p_i \cdot p'_i g_{\mu\nu}),$$

où l'impulsion du parton final est  $p'_i = p_i + q$ . Pour des partons de masse nulle on a alors,

$$|\mathcal{M}|_{ep_i}^2 = 8 \frac{e^4 e_i^2}{Q^4} ((p_i \cdot k)^2 + (p_i \cdot k')^2) = 2 \frac{e^4 e_i^2}{Q^4} (\hat{s}^2 + \hat{u}^2),$$

avec les invariants partoniques  $\hat{s} = (p_i + k)^2$  et  $\hat{u} = (p_i - k')^2$ . La section efficace sera donc :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3k'}{2\omega'} \frac{d^3p'_i}{2p'_i} \delta^{(4)}(k + p_i - k' - p'_i) | \mathcal{M} |_{ep_i}^2 \quad (6.3.17)$$

$$= 2 \frac{\alpha^2 e_i^2}{Q^4} \int \frac{d^3k'}{\omega'} \delta(2p_i \cdot q - Q^2) \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}}. \quad (6.3.18)$$

Au niveau partonique, la section efficace différentielle invariante aura donc la forme :

$$\frac{\omega' d\hat{\sigma}}{d^3k'} = 2 \frac{\alpha^2 e_i^2}{Q^4} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}} \delta(2p_i \cdot q - Q^2). \quad (6.3.19)$$

### 6.3.2 Section efficace électron-proton

Pour obtenir la section efficace hadronique, on va sommer de façon incohérente les diverses contributions partoniques et calculer :

$$\boxed{\frac{\omega' d\sigma}{d^3k'} = \sum_i \int_0^1 dy F_i(y) \left. \frac{\omega' d\hat{\sigma}}{d^3k'} \right|_{p_i=yP}}, \quad (6.3.20)$$

où on exprime les invariants hadroniques en fonction des invariants partoniques et la fraction  $y$  d'impulsion du quark dans le proton initial :  $\hat{s} = ys$  et  $\hat{u} = yu$ ,  $2p_i \cdot q = y2P \cdot q$ . Les  $F_i(y)$  sont les probabilités de trouver dans le proton un parton de type  $i$  portant la fraction d'impulsion  $y$  du proton. Dans notre modèle la section hadronique vaut donc :

$$\begin{aligned} \frac{\omega' d\sigma}{d^3k'} &= 2 \frac{\alpha^2}{Q^4} \sum_i e_i^2 \int_0^1 \frac{dy}{y} F_i(y) y^2 \frac{s^2 + u^2}{s} \delta(2yP \cdot q - Q^2) \\ &= 2 \underbrace{\frac{\alpha^2 s^2 + u^2}{s Q^4}}_{\text{indep. } y_i} \sum_i e_i^2 \int_0^1 dy F_i(y) y \delta(2yP \cdot q - Q^2) \\ &= \frac{\alpha^2 s^2 + u^2}{s Q^4} \sum_i e_i^2 \frac{x}{P \cdot q} F_i(x) \end{aligned} \quad (6.3.21)$$

avec  $y = Q^2/2Pq = x$ . Si on compare avec la formule de la section efficace différentielle invariante électron-proton (6.2.16), on peut identifier :

$$\frac{W_2}{M}(x, \frac{M^2}{Q^2}) = \sum_i e_i^2 \frac{x}{P \cdot q} F_i(x) \quad (6.3.22)$$

qui est équivalent à (dans les variables du laboratoire  $P \cdot q = M\nu$  :

$$\boxed{\frac{1}{x} \nu W_2(x, \frac{M^2}{Q^2}) = \sum_i e_i^2 F_i(x)} \quad (6.3.23)$$

et, comme il n'y a pas de termes en  $Q^2$  dans  $\frac{\omega' d\sigma}{d^3k'}$  (voir éq. (6.2.15)), on retrouve aussi

$$\boxed{2MW_1(x, \frac{M^2}{Q^2}) = \frac{1}{x} \nu W_2(x).} \quad (6.3.24)$$

**Remarques :**

- On voit donc que le modèle des partons reproduit bien l'invariance d'échelle, c'est-à-dire  $W_2(x, M^2/Q^2) = W_2(x)$ ;
- La variable  $x = Q^2/2P \cdot q$  prend un sens physique : c'est l'impulsion normalisée du parton, dans le proton, qui a subi l'interaction électromagnétique ;
- $\nu W_2/x$  est la somme, pondérée par le carré de la charge  $e_i^2$ , des probabilités de trouver un parton de type  $i$ , ayant absorbé le photon, à un  $x$  donné.
- La relation  $2MW_1(x) = \nu W_2(x)/x$  est une conséquence directe du spin  $\frac{1}{2}$  des partons et elle montre que, dans le modèle des partons naïf, les seuls partons chargés dans le proton sont de spin  $\frac{1}{2}$ .

Exercice : Montrer que pour des partons de spin 0 (couplage au  $\gamma$  donné par  $e_i(p_i + p'_i)$ ) on a  $W_1 \equiv 0$ .

### 6.3.3 Identification partons $\equiv$ quarks + ...

Il est tentant d'identifier les partons de Feynman aux quarks de Gell-Mann et Zweig et de supposer que le proton et le neutron, dans les expériences d'inélastique profond s'expriment comme dans le modèle des quarks par :

$$\begin{aligned} \text{proton} &= (uud) \\ \text{neutron} &= (udd). \end{aligned}$$

Ce sont les quarks de valence et on dénote  $u_v(x)$  et  $d_v(x)$  la distribution de ces quarks  $u$  et  $d$  dans le proton. Avec le choix standard des charges,  $e_u = 2/3$  et  $e_d = -1/3$ , on voit que le proton et le neutron portent bien la charge 1 et 0 respectivement. Les nombres quantiques du nucléon (charge, spin) sont portés par les quarks de valence. Par la symétrie d'isospin on a les relations entre les densités partoniques du proton ( $p$ ) et du neutron ( $n$ ) :

$$\begin{aligned} F_u^p(x) &= F_d^n(x) = u_v(x) \\ F_d^p(x) &= F_u^n(x) = d_v(x) \end{aligned}$$

L'expérience montrent que proton et neutron sont plus complexes que le modèle à 3 quarks ci-dessus et qu'ils contiennent également des antiquarks. Ce sont les quarks de la mer, ou "quarks matelots", dont la distribution est  $u_m(x) = \bar{u}_m(x)$ ,  $d_m(x) = \bar{d}_m(x)$ . La somme des nombres quantiques portés par les quarks de la mer est nulle ce qui explique les égalités précédentes. On définit :

$$\begin{aligned} u(x) &= u_v(x) + u_m(x) \\ d(x) &= d_v(x) + d_m(x). \end{aligned}$$

En négligeant le rôle des quarks étranges, charmés, "bottom", on peut écrire suivant le modèle des partons (voir éq. (6.3.23)) :

$$\begin{aligned}\frac{1}{x}\nu W_2^{ep} &= \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) \\ \frac{1}{x}\nu W_2^{en} &= \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)).\end{aligned}\quad (6.3.25)$$

où on utilise la notation simplifiée :  $u_m = \bar{u}_m = \bar{u}$ ,  $d_m = \bar{d}_m = \bar{d}$ . D'autre part, il est possible de mesurer expérimentalement par la diffusion inélastique sur une cible (isoscaire) de deutérium  $= p + n$  :

$$\frac{1}{x}\nu W_2^{ep+en} = \frac{5}{9}(u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x))$$

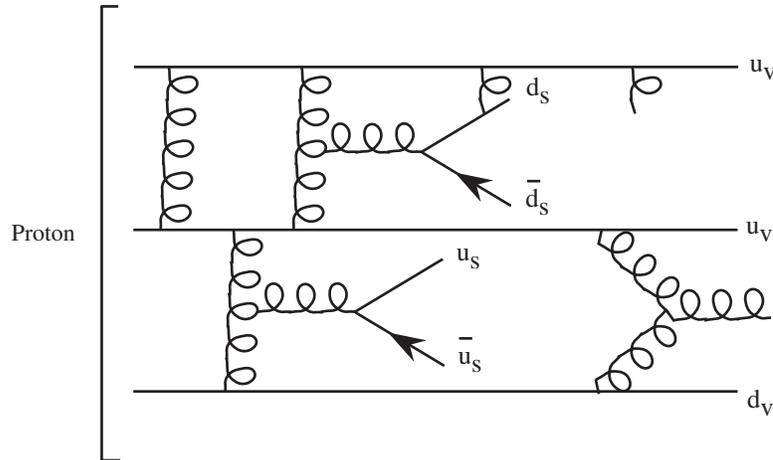
et ainsi calculer l'intégrale :

$$\frac{9}{5} \int_0^1 dx \nu W_2^{ep+en} = \int_0^1 dx x (u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x))$$

qui mesure l'impulsion totale, normalisée à celle du proton, portée par les quarks  $u$ ,  $d$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$  dans le nucléon. Si le proton et le neutron étaient formés seulement de quarks et d'antiquarks alors le membre de droite devrait être égal à 1. Mais le résultat de cette expérience est :

$$\langle x \rangle_{q+\bar{q}} \simeq 0.45 \neq 1. \quad (6.3.26)$$

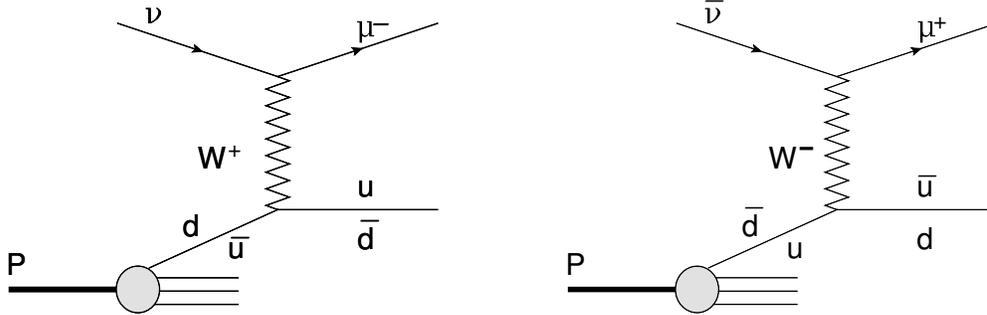
ce qui signifie que les quarks portent à peine la moitié de l'impulsion du nucléon, le reste étant porté par des partons neutres : il est tentant, alors, d'identifier ces partons neutres aux "gluons" qui lient les quarks entre eux dans le nucléon. On peut alors proposer l'image suivante pour le proton :



Les quarks sont liés entre eux par une force portée par les gluons en QCD qui mènent à la création de paires virtuelles  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  ( $s\bar{s}$ ,  $c\bar{c}$ ,  $b\bar{b}$ ) comme schématisé ci-dessus. On ne sait pas calculer perturbativement de telles interactions dans le proton.

## 6.4 Diffusion neutrino-nucléon et modèle des partons

En complément à cette succincte introduction au modèle des partons naïf, on peut noter que la diffusion  $\nu$ -nucléon est susceptible d'une description similaire à celle de  $e$ -nucléon à condition de remplacer l'échange d'un photon virtuel par l'échange d'un boson de jauge  $W^\pm$  ou  $Z$  virtuel suivant que l'on étudie les courants chargé ou neutre. Le cas des diffusions  $\nu_\mu$ -nucléon  $\rightarrow \mu^-$ -nucléon ou  $\bar{\nu}_\mu$ -nucléon  $\rightarrow \mu^+$ -nucléon peuvent s'écrire particulièrement simplement<sup>12</sup>. Dans le premier cas, au vertex leptonique, un  $W^+$  virtuel est émis qui, dans le cas du modèle des partons, ne peut interagir avec le proton que par  $W^+ + d \rightarrow u$  et  $W^+ + \bar{u} \rightarrow \bar{d}$ , tandis que dans le deuxième cas on a, au contraire  $W^- + u \rightarrow d$  et  $W^- + \bar{d} \rightarrow \bar{u}$  comme représenté sur la figure ci-dessous :



On s'attend alors, de manière similaire à la diffusion  $e^-$ -proton, à avoir les relations de type (cf. éq. (6.3.25)) :

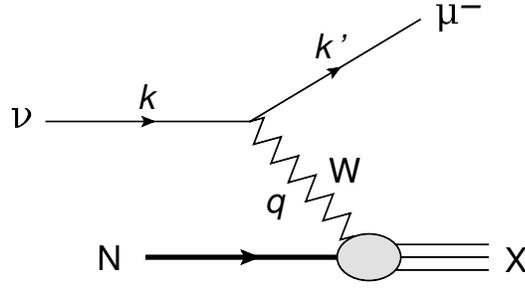
$$\frac{\nu}{x} W_2^{\nu p}(x) \sim d(x) + \bar{u}(x) \quad \text{et} \quad \frac{\bar{\nu}}{x} W_2^{\bar{\nu} p}(x) \sim u(x) + \bar{d}(x). \quad (6.4.27)$$

### 6.4.1 Diffusion neutrino-nucléon : courant chargé

Il existe plusieurs ensembles de données sur la diffusion  $\nu$  ou  $\bar{\nu}$  sur nucléon ou noyaux<sup>13</sup>. Ils couvrent cependant un domaine en  $Q^2$  relativement restreint, typiquement  $Q^2 < 200 \text{ GeV}^2$ , comparé à la diffusion  $e^\pm$ - $N$  où on atteint des valeurs de  $Q^2 = 3 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2$  à HERA. D'autre part, du fait de la non-conservation de la parité par l'interaction faible, la structure de la diffusion  $\nu$  ou  $\bar{\nu}$  avec production d'un lepton chargé, est différente de celle de  $e^-$ - $N$ . Suivant l'approche des sections précédentes on va d'abord dériver la forme générale de la section efficace  $\nu$ - $N$  et en ensuite celle dans le modèle des partons. La structure de l'amplitude de diffusion est donné par le diagramme

12. Les neutrinos sont produits par désintégration des pions chargés (aussi des kaons) et la désintégration du pion en muon ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ,  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ) est  $\sim 10^4$  plus importante qu'en électron ( $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ ,  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ ).

13. Collaboration CDHSW, P. Berge *et al.*, Zeit. Phys. **C49** (1991) 187;  
 Collaboration E665, M.R. Adams *et al.*, Phys. Rev. **D54**(1996) 3006;  
 Collaboration Chorus, G. Onengut *et al.*, Phys. Lett. **B632** (2006) 65;  
 Collaboration NuTeV, M. Tzanov *et al.*, Phys. Rev. **D74**(2006) 012008.



où on reconnaît le vertex leptonique, le propagateur du boson  $W$  et l'interaction inconnue  $W$ -nucléon. Le vertex leptonique est :

$$-ig_W \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) = \begin{array}{c} \mu^- \\ \swarrow \\ k' \\ \searrow \\ \nu \\ \swarrow \\ k \end{array} \begin{array}{c} W \\ \alpha \end{array}$$

où on a introduit le couplage  $g_W$  du boson  $W$  dont on spécifiera la forme plus bas. Le propagateur du boson de jauge est :

$$-i \frac{g^{\alpha\beta} - q^\alpha q^\beta / M_W^2}{q^2 - M_W^2 + i\Gamma_W M_W}. \quad (6.4.28)$$

Contracté avec le vertex leptonique on voit que les termes proportionnels à  $q^\alpha q^\beta / M_W^2$  ne contribuent pas si on néglige la masse des leptons. Comme pour la diffusion  $e^-N$  on écrit, sous forme factorisée, le carré de l'amplitude de diffusion intégré sur tout l'espace de phase du système hadronique  $X$ , voir éq. (6.2.2) :

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 P_X}{(2\pi)^3} \overline{\sum}_{spin} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P + q - P_X) &= \frac{2\pi g_W^4}{(Q^2 + M_W^2)^2 + \Gamma_W^2 M_W^2} L_\nu^{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}^\nu \\ &= \frac{2\pi g_W^4}{M_W^4} L_\nu^{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}^\nu \end{aligned} \quad (6.4.29)$$

où on a substitué le couplage et le propagateur du  $W$  à celui du photon. La deuxième ligne est la forme appropriée pour les expériences actuelles où  $Q^2 \ll M_W^2$  (on a aussi  $\Gamma_W^2 \ll M_W^2$ ). Le tenseur leptonique est construit à partir du vertex et on trouve :

$$\begin{aligned} L_\nu^{\alpha\beta} &= \text{Tr}[\bar{u}(k') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \bar{u}(k) (1 + \gamma_5) \gamma^\beta u(k')] \\ &= 8(k'^\alpha k^\beta + k'^\beta k^\alpha - g^{\alpha\beta} k \cdot k' - i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} k'_\mu k_\nu) \end{aligned} \quad (6.4.30)$$

où on a introduit le tenseur totalement antisymétrique  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  tel que  $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_5) = -4i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ . On peut voir facilement que pour la diffusion initiée par un  $\bar{\nu}$  le signe du dernier terme est modifié (cela revient à permuter  $k$  et  $k'$ ) de sorte qu'on peut écrire en toute généralité :

$$L_{\nu/\bar{\nu}}^{\alpha\beta} = 8(k'^\alpha k^\beta + k'^\beta k^\alpha - g^{\alpha\beta} k \cdot k' - i\varepsilon_\nu \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} k'_\mu k_\nu) \quad (6.4.31)$$

avec  $\varepsilon_\nu = +1$  pour la transition  $\nu \rightarrow \mu^-$  et  $\varepsilon_\nu = -1$  pour la transition  $\bar{\nu} \rightarrow \mu^+$ . Quant au tenseur hadronique la forme la plus générale est donnée par l'éq. (6.2.5) mais, après contraction avec  $L_\nu^{\alpha\beta}$ ,

seuls survivent trois termes que l'on écrit ( $M$  la masse du nucléon) :

$$W_{\alpha\beta}^{\nu} = -2MW_1g_{\alpha\beta} + \frac{2W_2}{M}P_{\alpha}P_{\beta} + i\frac{W_3}{M}\epsilon_{\rho\alpha\sigma\beta}P^{\rho}q^{\sigma}. \quad (6.4.32)$$

On note la différence d'avec l'éq. (6.2.7) et on a ici une troisième fonction de structure associée au tenseur antisymétrique, conséquence de la violation de parité induite par le couplage  $\gamma_{\alpha}\gamma_5$ . Contractant les deux tenseurs on trouve :

$$\frac{g_w^4}{M_w^4}L_{\nu}^{\alpha\beta}W_{\alpha\beta}^{\nu} = 8M\frac{g_w^4}{M_w^4}\left[2W_1Q^2 + W_2\left(\frac{4(k.P)(k'.P)}{M^2} - Q^2\right) + W_3\frac{Q^2}{M^2}(k+k').P\right], \quad (6.4.33)$$

le dernier terme issu de la contraction  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} = -2(\delta_{\mu}^{\rho}\delta_{\nu}^{\sigma} - \delta_{\nu}^{\rho}\delta_{\mu}^{\sigma})$ . Dans le Modèle Standard, le couplage faible est proportionnel à la charge électrique :

$$g_w = \frac{e}{2\sqrt{2}\sin\theta_w} \quad (6.4.34)$$

avec  $\theta_w$ , l'angle de mélange faible (souvent appelé angle de Weinberg bien qu'introduit par Glashow). Puisque seul le rapport  $g_w/M_w$  intervient dans les expressions il est usuel d'introduire la constante de Fermi définie par :

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8\sin^2\theta_w M_w^2} \quad (6.4.35)$$

de sorte que l'on a finalement :

$$\frac{g_w^4}{M_w^4} = \frac{G_F^2}{2}. \quad (6.4.36)$$

La section efficace  $\nu$ -nucléon est alors donnée par (voir éq. (6.2.2)) :

$$\sigma^{\nu} = \frac{1}{4Pk} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2\omega'} 8\pi M G_F^2 L_{\nu}^{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}^{\nu} \quad (6.4.37)$$

A partir de ces résultats on obtient facilement la section efficace différentielle exprimée en fonction des invariants éqs. (6.2.14), dans l'approximation  $M^2 \ll Q^2$  :

$$\boxed{\frac{\omega' d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{d^3k'} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{G_F^2}{s} \left( Q^2(2MW_1 - \frac{W_2}{M} \frac{P.q}{x}) + \frac{W_2}{2M}(s^2 + u^2) + \epsilon_{\nu} x \frac{W_3}{2M}(s^2 - u^2) \right)}. \quad (6.4.38)$$

On remarque que les deux premiers termes sont identiques à ceux de l'éq. (6.2.15) de la section efficace de la diffusion  $e^-$ -nucléon, ce qui se comprend aisément du fait que ces termes ne dépendent que de la partie vectorielle du couplage du boson de jauge  $W$ . Il est traditionnel de présenter cette section efficace sous plusieurs formes selon le choix fait pour les variables cinématiques. Se reportant à la section 6.2.1 pour la définition de ces variables on trouve :

**Variables  $\omega', \theta$  :**

$$\frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{d\omega' d\theta} = \frac{G_F^2}{\pi} \omega'^2 \left( 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \epsilon_{\nu} W_3 \frac{\omega + \omega'}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (6.4.39)$$

**Variabes**  $Q^2, \nu$  :

$$\frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{dQ^2 d\nu} = \frac{G_F^2}{2\pi} \frac{1}{4\omega^2} \left( 2W_1 Q^2 + W_2(4\omega(\omega - \nu) - Q^2) + \epsilon_\nu W_3 \frac{2\omega - \nu}{M} Q^2 \right) \quad (6.4.40)$$

**Variabes**  $x, y$  :

$$\frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{G_F^2}{\pi} M\omega \left( \mathcal{F}_1 xy^2 + \mathcal{F}_2(1 - y) + \epsilon_\nu \mathcal{F}_3 xy(1 - \frac{y}{2}) \right) \quad (6.4.41)$$

avec les définitions :

$$\mathcal{F}_1 = MW_1, \quad \mathcal{F}_2 = \nu W_2, \quad \mathcal{F}_3 = \nu W_3. \quad (6.4.42)$$

Dans cette dernière formulation on a négligé  $Q^2 = 2M\nu x$  devant l'expression  $4\omega(\omega - \nu)$ .

### 6.4.2 Modèle des partons

Dans le modèle des partons on suppose que le couplage du boson de jauge  $W$  aux quarks et antiquarks est universel, identique au couplage leptonique :

$$-ig_W \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) = \begin{array}{c} \rho'_i \text{---} d \\ \diagdown \\ \alpha \\ \diagup \\ \rho_i \text{---} u \end{array} W^+ \quad \begin{array}{c} \rho'_i \text{---} u \\ \diagdown \\ \alpha \\ \diagup \\ \rho_i \text{---} d \end{array} W^-$$

de sorte que le tenseur partonique par analogie avec l'éq. (6.4.31) s'écrit :

$$\widehat{W}_{\alpha\beta}^{q/\bar{q}} = 8(p'_{i\alpha} p_{i\beta} + p'_{i\beta} p_{i\alpha} - g_{\alpha\beta} p_i \cdot p'_i - i\varepsilon_i \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} p'_{i\mu} p_{i\nu}) \quad (6.4.43)$$

avec  $\varepsilon_i = \pm$  selon que l'on a une diffusion sur un quark ou un antiquark. L'élément de matrice de la diffusion  $\nu(k) + quark(p_i) \rightarrow \mu^-(k') + quark(p'_i)$  est :

$$\mathcal{M} = (-ig_W)^2 \bar{u}(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u(k) \frac{i}{M_W^2} \bar{u}(p'_i) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u(p_i), \quad (6.4.44)$$

où on a simplifié le propagateur du boson de jauge sous l'hypothèse réaliste  $Q^2 \ll M_W^2$ . Son carré s'écrit, après somme et moyenne sur les spins :

$$\overline{\Sigma} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{4} \frac{g_W^4}{M_W^4} \text{Tr}[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \not{k} (1 + \gamma_5) \gamma_\beta \not{k}'] \text{Tr}[\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{p}_i (1 + \gamma_5) \gamma_\beta \not{p}'_i].$$

L'évaluation des traces conduit à :

$$\begin{aligned} \overline{\Sigma} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_W^4}{M_W^4} \left\{ \text{Tr}[\not{k}' \gamma_\alpha \not{k} \gamma_\beta] \text{Tr}[\not{p}' \gamma^\alpha \not{p} \gamma^\beta] + \varepsilon_\nu \varepsilon_i \text{Tr}[\gamma_\alpha \not{k} \gamma_\beta \not{k}' \gamma_5] \text{Tr}[\gamma^\alpha \not{p}_i \gamma^\beta \not{p}'_i \gamma_5] \right\} \\ &= 8 \frac{g_W^4}{M_W^4} \left\{ \hat{s}^2 + \hat{u}^2 + \varepsilon_\nu \varepsilon_i (\hat{s}^2 - \hat{u}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (6.4.45)$$

avec les notations  $\hat{s} = 2p_i \cdot k = 2p'_i \cdot k'$ ,  $u = -2p'_i \cdot k = -2p_i \cdot k'$ . On a aussi écrit le cas général pour la diffusion  $\nu$  ( $\varepsilon_\nu = 1$ ) ou  $\bar{\nu}$  ( $\varepsilon_\nu = -1$ ) sur un quark ( $\varepsilon_i = 1$ ) ou un antiquark ( $\varepsilon_i = -1$ ). On calcule la section efficace partonique comme en éq. (6.3.17) ce qui permet de dériver la section efficace différentielle :

$$\frac{\omega' d\hat{\sigma}^{\nu/\bar{\nu},i}}{d^3k'} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{G_F^2}{\hat{s}} \{ \hat{s}^2 + \hat{u}^2 + \varepsilon_\nu \varepsilon_i (\hat{s}^2 - \hat{u}^2) \} \delta(2p_i \cdot q - Q^2). \quad (6.4.46)$$

Quant à la section efficace hadronique elle est obtenue via l'éq. (6.3.20) qui permet d'écrire :

$$\frac{\omega' d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{d^3k'} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{G_F^2}{s} \sum_{i=q,\bar{q}} \int dz F_i(z) z \{ s^2 + u^2 + \varepsilon_\nu \varepsilon_i (s^2 - u^2) \} \delta(2zP \cdot q - Q^2), \quad (6.4.47)$$

où on a utilisé  $\hat{s} = zs$ ,  $\hat{u} = zu$ ,  $2p_i \cdot q = z2P \cdot q$ . On trouve alors finalement :

$$\boxed{\frac{\omega' d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{d^3k'} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{G_F^2}{s} \frac{x}{2P \cdot q} \sum_{i=q,\bar{q}} F_i(x) \{ s^2 + u^2 + \varepsilon_\nu \varepsilon_i (s^2 - u^2) \}}, \quad (6.4.48)$$

où  $z = x = Q^2/2P \cdot q$  est comme d'habitude la variable de Bjorken. La comparaison avec l'éq. (6.4.38) permet d'obtenir l'expression des fonctions de structure  $W_i$  en fonction des distributions partoniques  $F_i(x)$  :

- absence de terme en  $Q^2$ , voir (éq. (6.2.15))  $\Rightarrow \boxed{2MW_1 = \nu W_2/x}$  : cette relation est identique à celle de la diffusion  $e^-$ -nucléon car elle repose sur la composante  $\gamma_\alpha$  du couplage du boson  $W$  ;

- coefficient du terme en  $s^2 + u^2 \Rightarrow \boxed{\nu W_2/x = \sum_{i=q,\bar{q}} F_i(x)}$  ;

- coefficient du terme en  $s^2 - u^2 \Rightarrow \boxed{\nu W_3 = \sum_{i=q,\bar{q}} \varepsilon_i F_i(x)}$ ,

où on rappelle que les  $F_i(x)$  sont les probabilités de trouver dans le proton un parton de type  $i$  portant la fraction d'impulsion  $x$  du nucléon.

Comme application, on considère les diffusion  $\nu$ -proton  $\rightarrow \mu^- X$  et  $\bar{\nu}$ -proton  $\rightarrow \mu^+ X$ . Des relations précédentes on tire :

$$\begin{aligned} \nu W_2^{\nu p} &= x(d(x) + \bar{u}(x)), & \nu W_3^{\nu p} &= d(x) - \bar{u}(x) \\ \nu W_2^{\bar{\nu} p} &= x(u(x) + \bar{d}(x)), & \nu W_3^{\bar{\nu} p} &= u(x) - \bar{d}(x). \end{aligned} \quad (6.4.49)$$

et la section différentielle exprimée en termes des invariants est d'après l'éq. (6.4.48) :

$$\begin{aligned} \frac{\omega' d\sigma^{\nu p}}{d^3k'} &= \frac{G_F^2}{(2\pi)^2} \frac{s x}{P \cdot q} [d(x) + \bar{u}(x)(1-y)^2] \\ \frac{\omega' d\sigma^{\bar{\nu} p}}{d^3k'} &= \frac{G_F^2}{(2\pi)^2} \frac{s x}{P \cdot q} [u(x)(1-y)^2 + \bar{d}(x)], \end{aligned} \quad (6.4.50)$$

où on rappelle que  $u = -s(1 - y)$  avec  $y = P.q/P.k$  ou  $\nu/\omega$  dans le laboratoire. En fonction de l'énergie  $\omega'$  et l'angle de diffusion du lepton final dans le laboratoire on trouve :

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^{\nu p}}{d\omega' d \cos \theta} &= \frac{G_F^2}{\pi} \frac{\omega' x}{\omega - \omega'} \frac{1}{\omega^2} [d(x)\omega^2 + \bar{u}(x)\omega'^2] \\ \frac{d\sigma^{\bar{\nu} p}}{d\omega' d \cos \theta} &= \frac{G_F^2}{\pi} \frac{\omega' x}{\omega - \omega'} \frac{1}{\omega^2} [u(x)\omega'^2 + \bar{d}(x)\omega^2].\end{aligned}\quad (6.4.51)$$

Il n'y a pas de dépendance explicite en l'angle  $\theta$  qui apparaît seulement via la variable  $x$ . Finalement en fonction des invariants sans dimension  $x$ ,  $y$  on a :

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^{\nu p}}{dx dy} &= \frac{G_F^2}{\pi} s x [d(x) + \bar{u}(x)(1 - y)^2] \\ \frac{d\sigma^{\bar{\nu} p}}{dx dy} &= \frac{G_F^2}{\pi} s x [u(x)(1 - y)^2 + \bar{d}(x)].\end{aligned}\quad (6.4.52)$$

### 6.4.3 Discussion

On remarque, d'après les équations ci-dessus, que la diffusion d'un neutrino sur un quark/antiquark est similaire à celle d'un antineutrino sur un antiquark/quark, car associée à la même dépendance en  $y$ . Si on suppose que les partons matelots ont la même distribution  $\bar{u}(x) = \bar{d}(x) = u_m(x) = d_m(x)$  alors on voit que la fonction de structure  $W_3$  ne dépend que des quarks de valence avec d'après l'éq. (6.4.49) :

$$W_3^{\nu p} = d_v(x), \quad \nu W_3^{\bar{\nu} p} = u_v(x). \quad (6.4.53)$$

Les expériences neutrinos sont donc très importantes pour déconvoluer la dépendance en  $x$  d'un quark de valence de celle d'un quark de la mer de même saveur.

#### Exercice

Prouver dans un modèle à deux saveurs de quarks,  $u$  et  $d$ , que

$$\nu W_2^{\nu p}(x) = \nu W_2^{\bar{\nu} n}(x). \quad (6.4.54)$$

Cette relation est-elle valable dans un modèle à quatre saveurs  $u$ ,  $d$ ,  $s$  et  $c$  ?

### 6.4.4 Règles de somme

A l'aide des relations (6.4.49) et de celles en éqs. (6.3.25) on peut alors reconstruire, en combinant les résultats de plusieurs expériences, les distributions des quarks et antiquarks dans le nucléon. L'interprétation des fonctions  $u(x)$ ,  $d(x)$  comme probabilités de trouver des quarks dans le nucléon permet d'écrire de nombreuses "règles de somme". Par exemple, la différence :

$$\frac{\nu}{x} W_2^{ep}(x) - \frac{\nu}{x} W_2^{en}(x) = \frac{\nu}{x} W_2^{ep-en}(x) = \frac{1}{3} (u(x) + \bar{u}(x) - d(x) - \bar{d}(x)) = \frac{1}{3} (u_v(x) - d_v(x))$$

dont l'intégrale donne :

$$3 \int_0^1 \frac{dx}{x} \nu W_2^{ep-en}(x) = \int_0^1 dx (u_v(x) - d_v(x)) = 1$$

qui correspond bien à la différence du nombre de quarks de valence de type  $u$  et  $d$ .

Si l'on connaît  $u$ ,  $d$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$  indépendamment, on peut également vérifier les règles de somme de charge :

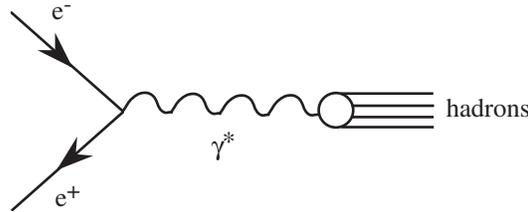
$$\int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(u - \bar{u}) - \frac{1}{3}(d - \bar{d}) \right] = 1 = \text{charge du proton}$$

$$\int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(d - \bar{d}) - \frac{1}{3}(u - \bar{u}) \right] = 0 = \text{charge du neutron}$$

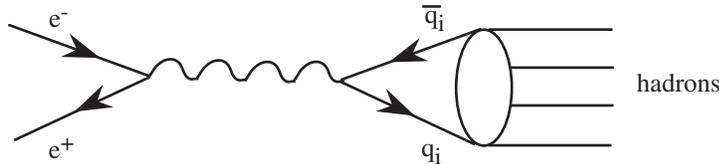
Ces règles de somme sont assez bien vérifiées expérimentalement.

## 6.5 Application du modèle des partons

On peut considérer le processus croisé de DIS, à savoir  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$  :



Pour  $E_{e^+e^-} = \sqrt{Q^2} \rightarrow \infty$  on peut appliquer le modèle des partons : le photon virtuel de genre temps ( $Q^2 > 0$ ) se couplera à une paire quark-antiquark qui, "longtemps" après l'interaction électromagnétique, se désintègrera en hadrons :



La transition  $q_i \bar{q}_i \rightarrow \text{hadrons}$  se fait avec probabilité 1. On peut donc écrire :

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow had} = \sum_q \sigma^{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}}$$

Il est traditionnel de définir le rapport sans dimension :

$$R = \frac{\sigma^{e^+e^- \rightarrow had.}}{\sigma^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} = \sum_i e_i^2. \quad (6.5.1)$$

On voit que les seules différences entre le processus hadronique et le processus purement leptonique sont les facteurs de charge (les facteurs cinématiques,  $\gamma^\mu$ , espace de phase sont identiques pour les

quarks et les muons car ce sont des particules de spin 1/2, et on néglige les masses). On trouve alors en dessous du seuil de production des particules charmées,  $\sqrt{Q^2} < 3,5 \text{ GeV}$ ,

$$R = \underbrace{\frac{4}{9}}_u + \underbrace{\frac{1}{9}}_d + \underbrace{\frac{1}{9}}_s = \frac{2}{3}$$

et au dessus :

$$R = \underbrace{\frac{4}{9}}_u + \underbrace{\frac{1}{9}}_d + \underbrace{\frac{1}{9}}_s + \underbrace{\frac{4}{9}}_c + \underbrace{\frac{1}{9}}_b = \frac{11}{9}$$

où le quark bottom contribue pour  $\sqrt{Q^2} > 10 \text{ GeV}$  (le seuil de production du quark *top* est beaucoup plus élevé et correspond à  $\sqrt{Q^2} > 350 \text{ GeV}$ ). Ce résultat est en désaccord avec les résultats expérimentaux comme on peut le voir sur la fig. 6.2, plus bas, (les pics correspondent à la production de résonances près du seuil d'une saveur additionnelle). En fait, dans le calcul ci-dessus, on n'a pas tenu compte du fait que l'on a à faire à des quarks colorés. Prenant ceci en compte il faut donc sommer sur les  $N = 3$  types de couleur, ce qui donne :

$$\begin{aligned} R &= N \sum_q e_q^2 = 2, \quad \text{au-dessous du seuil de production d'une paire } c\bar{c} \\ R &= N \sum_q e_q^2 = \frac{11}{3}, \quad \text{au-dessus du seuil de production d'une paire } b\bar{b}, \end{aligned} \quad (6.5.2)$$

ce qui est en relativement bon accord avec l'expérience. L'accroissement de  $R$  aux grandes valeurs de  $Q = E_{\text{cm}}$  est du à l'interférence entre la production d'un photon virtuel et celle d'un  $Z_0$  dans la voie d'annihilation  $e^+e^-$ .

**Note :** si l'on prend en compte la couleur dans la discussion de la diffusion inélastique profonde le résultat reste inchangé car sommer sur la couleur du quark final et moyenner sur celle du quark initial revient à multiplier la sections efficace par  $3/3 = 1$ !

## 6.6 Le modèle des partons : formulation générale

1. Sous certaines conditions que l'on précisera ci-dessous, on considère qu'un hadron est constitué de partons. On travaille dans le repère d'impulsion infinie du hadron. On a donc

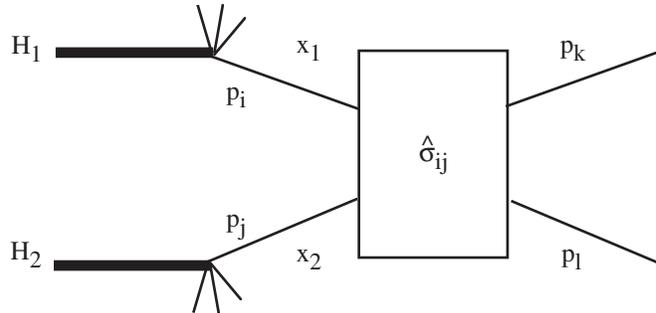
$$\begin{aligned} H &= \{p_i\} \quad i = 1, \infty \\ P &= \sum_i p_i \quad \text{où les } P, p_i \text{ sont les impulsions du hadron et des partons respectivement.} \end{aligned}$$

On néglige toutes les masses (du hadron et des partons) et on peut alors écrire

$$p_i = x_i P \quad \text{avec} \quad \sum_i x_i = 1.$$

Les partons sont sans structure et on ignore leurs interactions à l'intérieur du hadron.

2. L'interaction entre hadrons se réduit à une interaction entre partons selon le diagramme suivant



$\hat{\sigma}_{ij}$  est la section efficace de l'interaction "dure" entre partons. La section efficace hadronique est une superposition incohérente des sections efficaces partoniques c'est-à-dire que l'on ajoute les probabilités et non les amplitudes. On écrit alors :

$$\sigma^{H_1 H_2} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_i^{H_1}(x_1) F_j^{H_2}(x_2) \alpha_s^p \hat{\sigma}_{ij}(x_1, x_2, s).$$

La fonction  $F_i^H(x)$  est la densité partonique c'est-à-dire la probabilité de trouver dans le hadron  $H$  un parton de type  $i$  portant la fraction  $x$  de l'impulsion du hadron. On néglige les effets d'impulsion transverse. La fonction  $F_i^H(x)$  est invariante d'échelle, c'est-à-dire indépendante des variables (dimensionnées) de Mandelstam  $s, t, u$ . Elle contient les effets à "longue distance" (confinement) et la dépendance en  $x$  n'est pas prédite par la théorie perturbative. Les effets de "courte distance" sont contenus dans la section efficace partonique "dure"  $\hat{\sigma}_{ij}$  d'où on a extrait la constante de couplage forte : par exemple pour le processus partonique  $q \bar{q} \rightarrow \text{photon photon}$  l'exposant  $p = 0$ , tandis que  $q \bar{q} \rightarrow \text{gluon gluon}$  l'exposant  $p = 2$ . Cette séparation (factorisation) entre physique à longue distance et physique à courte distance est analogue à celle réalisée par l'approche beaucoup plus rigoureuse mais plus restrictive du développement en produit d'opérateurs sur le cône de lumière (K. Wilson).

3. Le modèle des partons est un postulat valable quand toutes les variables dimensionnées  $s, t, u$  sont grandes comparées à l'échelle de masse des hadrons ( $\sim 1 \text{ GeV}^2$ ).

La Chromodynamique Quantique perturbative entre en jeu lorsque l'on étudie l'interaction entre partons à haute énergie : dans ce cas on verra que la constante de couplage de QCD  $\alpha_s \rightarrow 0$  quand  $s, t, u \rightarrow \infty$ . Le résultat fondamental de l'application de QCD au modèle des partons est que l'interprétation probabilistique du modèle est préservée par les corrections QCD. Le résultat final est :

$$\sigma^{H_1 H_2} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_i^{H_1}(x_1, M) F_j^{H_2}(x_2, M) \alpha_s^p(\mu) \left[ \hat{\sigma}_{ij}(x_1, x_2, s) + \alpha_s(\mu) \hat{\sigma}_{ij}^{(1)}(x_1, x_2, s; \mu, M) + \alpha_s^2(\mu) \hat{\sigma}_{ij}^{(2)} \dots \right] \quad (6.6.1)$$

où  $M$  est l'échelle de masse de factorisation,  $M^2 \simeq s, t, u$ , et  $\mu$  l'échelle de masse de renormalisation,  $\mu^2 \simeq s, t, u$ . Plus précisément,

- les densités partoniques acquièrent une dépendance logarithmique en  $M$  : c'est la fameuse "violation de l'invariance d'échelle" qui est prédite et calculable en QCD ;
- la section efficace partonique admet un développement en puissance de  $\alpha_s$  à coefficients finis et calculables ;
- la propriété de factorisation entre physique à courte distance et physique à longue distance est préservée par les corrections QCD.

Un des buts du cours sera de dériver la formule ci-dessus.

## 6.7 Conclusions

Nous avons essayé dans ce chapitre de décrire quelques résultats qui indiquent que les hadrons sont constitués d'entités plus fondamentales. En effet, on peut comprendre un grand nombre de phénomènes physiques aux échelles de masse de  $M \sim 1$  GeV aussi bien que  $M \gg 1$  GeV si l'on suppose que les hadrons sont constitués de quarks qui ont été définis comme des objets ponctuels de spin  $\frac{1}{2}$ , et de charge fractionnaire. Ces quarks sont groupés en trois familles :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

(le quark  $t$  ayant été officiellement découvert à Fermilab au printemps 1995). On peut décomposer ces spineurs de Dirac  $q$  en deux spineurs de Weyl  $q_L, q_R$ . Alors, les composantes  $q_L$  de chaque famille forment des doublets sous le groupe SU(2) des interactions faibles tandis que les  $q_R$  sont des singulets.

D'autre part, dans le Modèle Standard, un quark de saveur donnée vient en 3 couleurs

$$q = (q_i), \quad i = 1, 2, 3,$$

$q$  appartenant à la représentation fondamentale  $\mathbf{3}$  du groupe SU(3)<sub>couleur</sub>. Les autres candidats possibles pour le groupe de couleur comme O(3), SO(3) et U(3) sont éliminés car ils sont en désaccord avec les résultats expérimentaux :

- O(3) et SO(3) permettent l'existence d'états  $[qq]$  singulets de couleur de charge fractionnaire, car il ne distingue pas la couleur de l'anti-couleur. De tels états ne sont pas observés expérimentalement.
- U(3) sera exclu ultérieurement lorsqu'on étudiera les gluons et le problème du confinement.

A priori, le Modèle Standard n'était pas la seule possibilité. En particulier, Han et Nambu ont proposé une alternative où les quarks ont une charge entière (cf. table 6.1). La version jaugée du modèle de Han-Nambu (due à Pati et Salam) a eu une certaine vogue : toutes les prédictions  $\sim \sum_q e_q^2$  coïncident avec celle du Modèle Standard. Elle a néanmoins été éliminée lorsque des mesures précises de quantités expérimentales dépendant de  $\sum_q e_q^4$  sont apparues (p. ex. dans les processus  $\gamma + p \rightarrow \gamma + X$ ,  $pp \rightarrow \gamma + \gamma + X$ ).

Jusqu'à présent, on ne s'est pas du tout intéressé à l'interaction entre quarks : à  $M \sim 1$  GeV les quarks apparaissent essentiellement comme des entités algébriques et à  $M \gg 1$  GeV, ils apparaissent

	R	G	B
u	0	1	1
d	-1	0	0
s	-1	0	0

TABLE 6.1 – Charge des différents quarks colorés dans le modèle de Han-Nambu

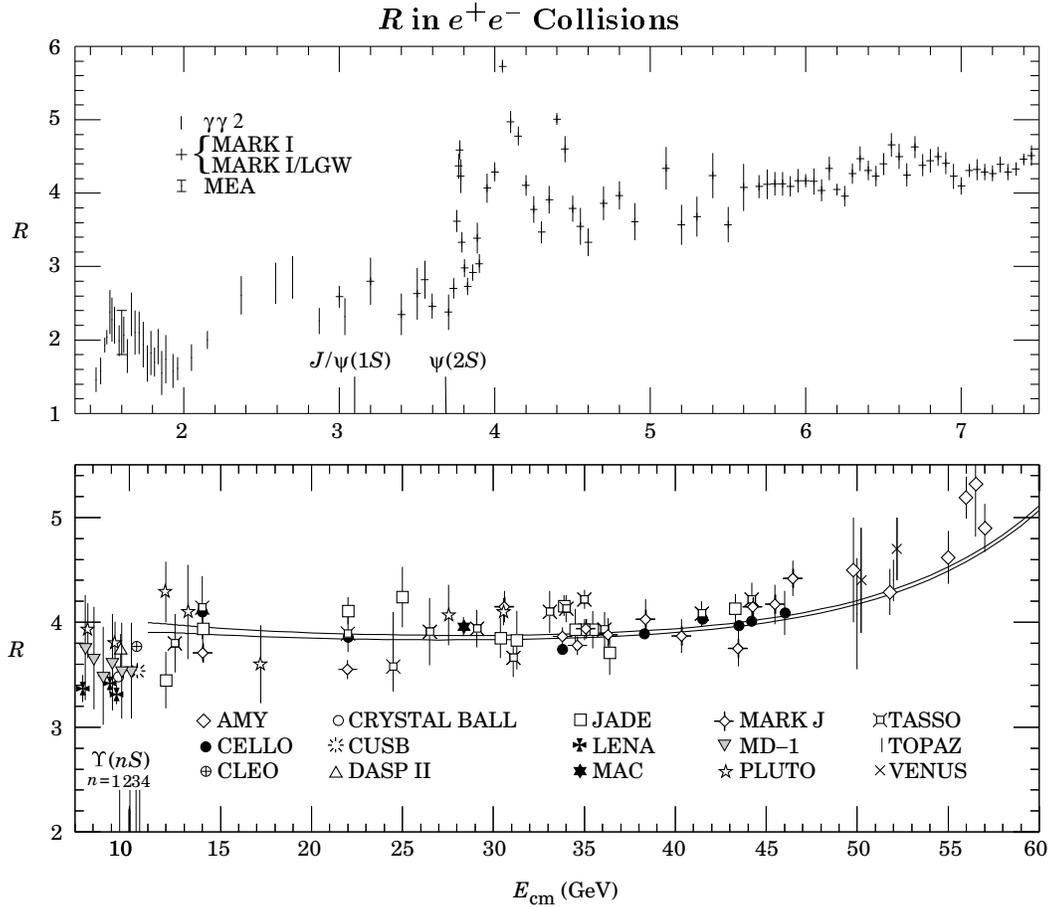
libres. Si l'on s'intéresse à ces interactions, on verra que l'on doit inclure des particules neutres qui, de façon similaire au photon de QED, sont les vecteurs de la force hadronique. Ces particules neutres peuvent être identifiées aux constituants neutres du proton qui portent la moitié de son impulsion comme nous l'avons déjà discuté dans la section concernant le modèle des partons. Nous savons que la QED est basée sur la notion d'invariance de jauge. En effet, l'existence d'un photon de masse nulle est intimement liée à l'invariance de  $\mathcal{L}_{QED}$  sous la transformation

$$\psi_e(x) \rightarrow e^{ie\alpha(x)}\psi_e(x).$$

De même pour QCD, si on impose l'invariance de  $\mathcal{L}_{QCD}$  sous la transformation

$$\psi_q(x) \rightarrow U\psi_q(x), \quad \psi_q = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}, \quad \text{triplet de couleur}$$

pour  $U$  une transformation locale, on obtient des bosons vecteurs de masse nulle dans la représentation adjointe du groupe de jauge : les gluons (**8** pour SU(3), **9** pour U(3)).



**Figure 36.16:** Selected measurements of  $R \equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ , where the annihilation in the numerator proceeds via one photon or via the  $Z$ . Measurements in the vicinity of the  $Z$  mass are shown in the following figure. The denominator is the calculated QED single-photon process; see the section on Cross-Section Formulae for Specific Processes. Radiative corrections and, where important, corrections for two-photon processes and  $\tau$  production have been made. Note that the ADONE data ( $\gamma\gamma 2$  and MEA) is for  $\geq 3$  hadrons. The points in the  $\psi(3770)$  region are from the MARK I—Lead Glass Wall experiment. To preserve clarity only a representative subset of the available measurements is shown—references to additional data are included below. Also for clarity, some points have been combined or shifted slightly ( $< 4\%$ ) in  $E_{\text{cm}}$ , and some points with low statistical significance have been omitted. Systematic normalization errors are not included; they range from  $\sim 5\text{--}20\%$ , depending on experiment. We caution that especially the older experiments tend to have large normalization uncertainties. Note the suppressed zero. The horizontal extent of the plot symbols has no significance. The positions of the  $J/\psi(1S)$ ,  $\psi(2S)$ , and the four lowest  $\Upsilon$  vector-meson resonances are indicated. Two curves are overlaid for  $E_{\text{cm}} > 11$  GeV, showing the theoretical prediction for  $R$ , including higher order QCD [M. Dine and J. Sapirstein, Phys. Rev. Lett. **43**, 668 (1979)] and electroweak corrections. The  $\Lambda$  values are for 5 flavors in the  $\overline{\text{MS}}$  scheme and are  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(5)} = 60$  MeV (lower curve) and  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(5)} = 250$  MeV (upper curve). (Courtesy of F. Porter, 1992.) References (including several references to data not appearing in the figure and some references to preliminary data):

**AMY:** T. Mori *et al.*, Phys. Lett. **B218**, 499 (1989);  
**CELLO:** H.-J. Behrend *et al.*, Phys. Lett. **144B**, 297 (1984);  
 and H.-J. Behrend *et al.*, Phys. Lett. **183B**, 400 (1987);  
**CLEO:** R. Giles *et al.*, Phys. Rev. **D29**, 1285 (1984);  
 and D. Besson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54**, 381 (1985);  
**CUSB:** E. Rice *et al.*, Phys. Rev. Lett. **48**, 906 (1982);  
**CRYSTAL BALL:** A. Osterheld *et al.*, SLAC-PUB-4160;  
 and Z. Jakubowski *et al.*, Z. Phys. **C40**, 49 (1988);  
**DASP:** R. Brandelik *et al.*, Phys. Lett. **76B**, 361 (1978);  
**DASP II:** Phys. Lett. **116B**, 383 (1982);  
**DCI:** G. Cosme *et al.*, Nucl. Phys. **B152**, 215 (1979);  
**DHHM:** P. Bock *et al.* (DESY-Hamburg-Heidelberg-  
 MPI München Collab.), Z. Phys. **C6**, 125 (1980);  
 $\gamma\gamma 2$ : C. Bacci *et al.*, Phys. Lett. **86B**, 234 (1979);  
**HRS:** D. Bender *et al.*, Phys. Rev. **D31**, 1 (1985);  
**JADE:** W. Bartel *et al.*, Phys. Lett. **129B**, 145 (1983);  
 and W. Bartel *et al.*, Phys. Lett. **160B**, 337 (1985);  
**LENA:** B. Niczyporuk *et al.*, Z. Phys. **C15**, 299 (1982).

**MAC:** E. Fernandez *et al.*, Phys. Rev. **D31**, 1537 (1985);  
**MARK J:** B. Adeva *et al.*, Phys. Rev. Lett. **50**, 799 (1983);  
 and B. Adeva *et al.*, Phys. Rev. **D34**, 681 (1986);  
**MARK I:** J.L. Siegrist *et al.*, Phys. Rev. **D26**, 969 (1982);  
**MARK I + Lead Glass Wall:** P.A. Rapidis *et al.*,  
 Phys. Rev. Lett. **39**, 526 (1977); and P.A. Rapidis, thesis,  
 SLAC-Report-220 (1979);  
**MARK II:** J. Patrick, Ph.D. thesis, LBL-14585 (1982);  
**MD-1:** A.E. Blinov *et al.*, Z. Phys. **C70**, 31 (1996);  
**MEA:** B. Esposito *et al.*, Lett. Nuovo Cimento **19**, 21 (1977);  
**PLUTO:** A. Bäcker, thesis Gesamthochschule Siegen,  
 DESY F33-77/03 (1977); C. Gerke, thesis, Hamburg Univ. (1979);  
 Ch. Berger *et al.*, Phys. Lett. **81B**, 410 (1979);  
 and W. Lackas, thesis, RWTH Aachen, DESY Pluto-81/11 (1981);  
**TASSO:** R. Brandelik *et al.*, Phys. Lett. **113B**, 499 (1982);  
 and M. Althoff *et al.*, Phys. Lett. **138B**, 441 (1984);  
**TOPAZ:** I. Adachi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **60**, 97 (1988); and  
**VENUS:** H. Yoshida *et al.*, Phys. Lett. **198B**, 570 (1987).

